

Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Durch die Teilnahme versichere ich, dass ich prüfungsfähig bin. Bei Krankheit werde ich die Klausur vorzeitig beenden und unmittelbar eine Ärztin/einen Arzt aufsuchen.

DIE OBIGEN ANGABEN SOWIE DIE UNTERSCHRIFT
SIND ZWINGEND ZU KLAUSURBEGINN ZU LEISTEN.

Duisburg, den _____
(Datum) _____
(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: _____Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Die Bewertung gem. PO in Ziffern ist der xls-Tabelle bzw. dem Papierausdruck zu entnehmen.	

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Prof. Dr.-Ing. Mohieddine Jelali, Priv.-Doz.)

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung: (alternativ: siehe xls-Tabelle bzw. beigefügter Papierausdruck)

<input type="checkbox"/>										
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: _____

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen!
(Rote Stifte werden bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als

Pflichtfach

Wahlfach

Auflage

(Bitte EINES ankreuzen).

Maximal erreichbare Punktzahl:	51
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	95%
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	50%

Allgemeine Hinweise:

- 1) Für die Multiple-Choice und multiple-choice-ähnlichen Fragen gilt:
 - i) Bei Aufgaben mit Einzelbewertung von Teilaufgaben gilt: Nur korrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl bewertet.
 - ii) Die in einer Teilaufgabe anfallenden Punkte werden aufsummiert.
 - iii) Sofern nicht explizit anders dargestellt, ist nur eine der angegebenen Lösungsoptionen korrekt.
 - iv) Falls Teilaufgaben mehr als zwei Antwortoptionen beinhalten und nur eine Lösung existiert: Das Ankreuzen von mehreren Antwortoptionen wird auf Grund der nicht eindeutigen Willensäußerung als NICHTantwort interpretiert. Hieraus resultiert, dass in diesem Fall keine Punkte gegeben werden können.
- 2) Sollten im Einzelfall keine zulässigen Zahlenbereiche für Zeitkonstanten, Massen etc. angegeben sein, gehen Sie immer von positiven Zahlenwerten für die Zeit und für Massen aus.
- 3) Sollte im Einzelfall keine Angabe zu positiver oder negativer Rückführung angegeben sein, gehen Sie immer von der üblichen negativen Rückführung aus.

Aufgabe 1 (13 Punkte)

1a) ($3 \times 5 \times 1$ Punkt)(gestrichen = 0 Punkte)

Diese Aufgabe wird auf Grund der Covid-19 Regelungen für schriftliche Prüfungen
(= Kürzung der Prüfungszeit) ersatzlos gestrichen.

1b) (13 Punkte)

Markieren Sie in den folgenden Aussagen die richtige Lösung.

A1) (2 Punkte)

Eine typische Anwendung des zeitdiskreten Kalman Filters ist

- die Regelung diskreter Systeme.
- die Regelung kontinuierlicher Systeme.
- die zeitkontinuierliche Schätzung des Zustandsvektors.
- die Informationsfusion der Sensoren.
- die sog. Sensorfusion, d.h. die Gütesteigerung von Messinformationen bei Wegfall/Verschlechterung anderer Messinformationen.



A2) (11 Punkte)

Den nachfolgenden Aufgaben liegt das nachstehende Schema (Abb. 1.1) sowie die zugehörigen Bezeichnungen zu Grunde.

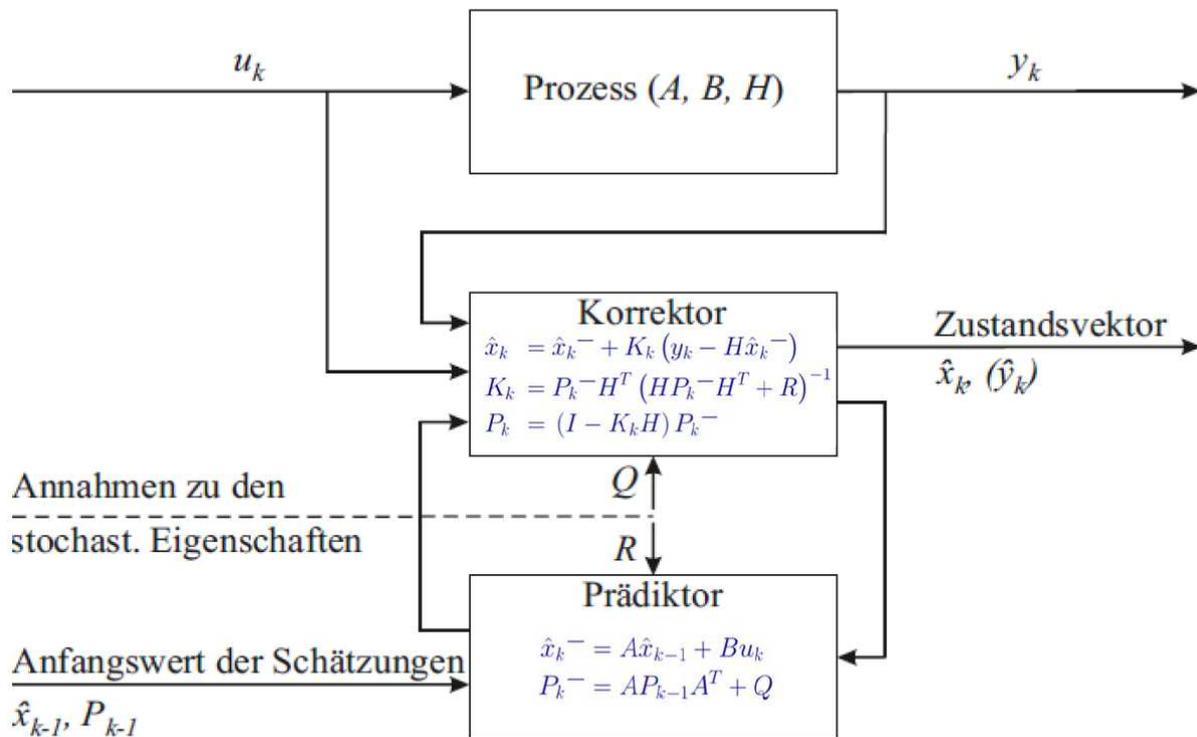


Abbildung 1.1: Kalman Filter zur Zustandsrekonstruktion sowie zur Prozessüberwachung

A2-1) (2 Punkte)

Das Kalman Filter

- bestimmt einmalig in zwei Stufen (Prädiktor, Korrektor) die Zustandsvektortrajektorie.
- bestimmt kontinuierlich (zeitdiskret) in zwei Stufen (Prädiktor, Korrektor) den Zustandsvektor.
- bestimmt einmalig die Annahmen zu den stochastischen Eigenschaften.
- bestimmt kontinuierlich die Annahmen zu den stochastischen Eigenschaften.

A2-2) (2 Punkte)

Die Kalmanmatrix/Verstärkungsmatrix des Kalman Filters wird bestimmt durch

$$= \boxed{\phantom{\text{matrix}}}$$

A2-3) (2 Punkte)

Die Matrizen Q und R werden

- angenommen/vermutet oder kontinuierlich bestimmt.
- nicht wirklich benötigt, man könnte sie auch einfach zu E annehmen.
- benötigt. Wenn man nichts weiß, werden sie zu 0 gesetzt.
- mit Hilfe weiterer Formeln vorab bestimmt.

A2-4) (2 Punkte)

Der Zustandsvektor $x(k)$ wird algorithmisch in

- einem Schritt
- zwei Schritten
- iterativ durch Schrittweitensteuerung
- manipulativ durch menschliche Eingriffe bestimmt.

A2-5) (1 Punkt)

Kalman Filter (im Vergleich zu Beobachtern) sind in der konkreten Umsetzung/Anwendung numerisch/rechentechnisch

- leichter
- schwerer
- gleich

umzusetzen.

A2-6) (2 Punkte)

In einem Projekt kommt die Forderung auf bei der Anwendung des Kalman Filters die Zahl der Sensoren zu minimieren, konkret den Ausgang des Systems nicht mehr zu messen. Was bedeutet dies konkret für die Zustandsschätzung? Wie verhält es sich entsprechend bei der Anwendung von Luenberger Beobachtern?



Aufgabe 2 (20 Punkte)

Die Dynamik des in Abb. 2.1 gezeigten Positioniersystems soll untersucht werden.

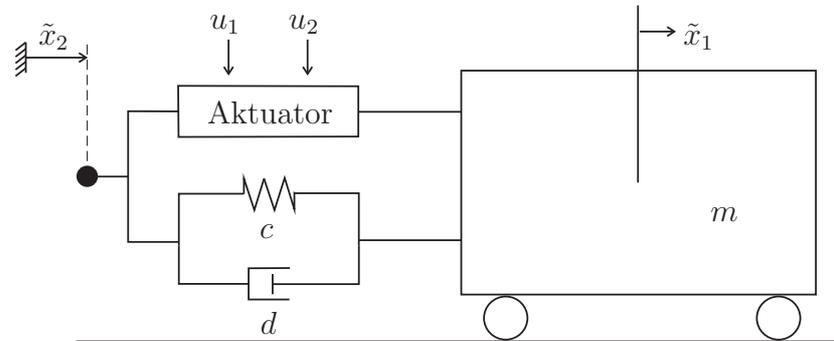


Abbildung 2.1: Positioniersystem

Der mechanische Teil wird durch

$$m\ddot{\tilde{x}}_1 + d(\dot{\tilde{x}}_1 - \dot{\tilde{x}}_2) + c\tilde{x}_1 = 0,$$

mit $\tilde{x}_2 = 0$ beschrieben.

Nach Umordnung der Beschreibung in relative Koordinaten ergibt sich

$$\ddot{x}_1 = -\frac{d}{m}\dot{x}_1 - \frac{c}{m}x_1.$$

Unter Berücksichtigung eines neuartigen Aktuators, an dessen Eingängen Spannungen anliegen, kann das System (approximativ) bestimmt werden durch

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \ddot{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ b_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

Der Ausgang ist gegeben durch

$$y = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix}.$$

2a) (2 Punkte)

Bestimmen Sie die Eigenwerte des Systems (unter Verwendung der Parameter c , d und $m > 0$).



2b) (1 Punkt)

Ist das System asymptotisch stabil (unter der Annahme, dass m , d und $c > 0$)?

Begründen Sie Ihre Antwort.



2c) (6 Punkte)

Die Parameter sind $m = 2 \text{ kg}$, $c = 8 \text{ kg/s}^2$, $d = 8 \text{ kg/s}$.

Verwenden Sie für die folgenden Aufgaben das Hautus-Kriterium:

2c)i) (3 Punkte)

Geben Sie die Bedingung für b_1 und b_2 für die vollständige Steuerbarkeit an.



2c)ii) (3 Punkte)

Geben Sie die Bedingung für c_1 und c_2 für die vollständige Beobachtbarkeit an.



2d) (3 Punkte)

Unter Berücksichtigung der Parameter in 2c) verwenden Sie $b_1 = b_2 = 1$. Berechnen Sie die Zustandsrückführung

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

so dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises $\lambda_1 = -4$, $\lambda_2 = -7$ sind.



2e) (3 Punkte)

Verwenden Sie $c_1 = c_2 = 1$. Bestimmen Sie die Beobacherverstärkung

$$L = \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 1 & l_2 \end{bmatrix},$$

so dass sich die Beobachtereigenwerte $\lambda_1 = -3$, $\lambda_2 = -4$ ergeben.



2f) (5 Punkte)

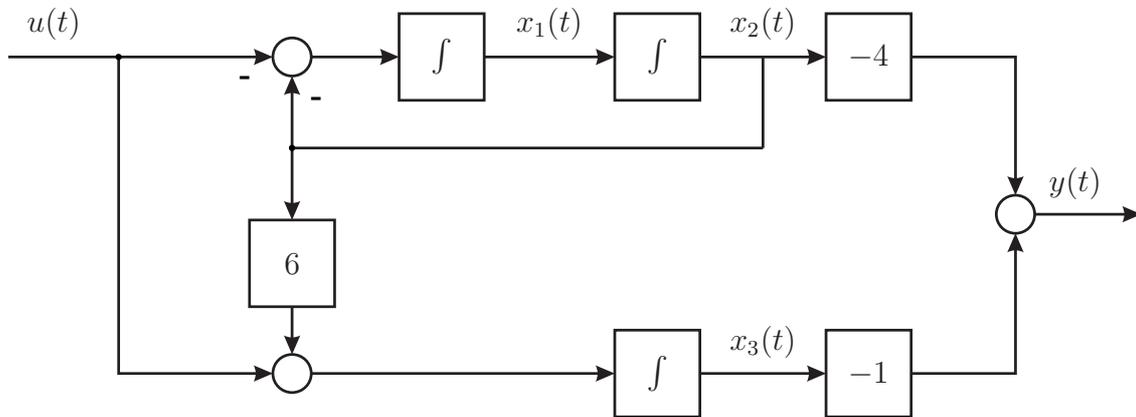
Ermitteln Sie die Fehlergleichung für die Beobachterdynamik im Allgemeinen und für dieses spezielle System (mit dem in Teil 2e berechneten Beobachter).

Ist dieser Beobachter in der Lage, die Unterschiede in den Anfangsbedingungen zwischen dem Zustand $x(t=0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und dem Beobachterzustandsfehler $e(t=0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ für $t \rightarrow \infty$ zu kompensieren? (Berechnen Sie hierzu die Eigenwerte der Beobachterdynamik.)



Aufgabe 3 (18 Punkte)

Gegeben sei das System in Abbildung 3.1.

**Abbildung 3.1:** Blockschaltbild

3a) (3 Punkte)

Entwickeln Sie aus dem Blockschaltbild das entsprechende Zustandsraummodell mit dem Zustandsvektor $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$.



3b) (3 Punkte)

Bestimmen sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.



Für die folgenden Aufgaben 3c) und 3d) ist die Systembeschreibung mit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad C = [0 \quad -2 \quad -2]$$

gegeben.

3c) (2 Punkte)

Bestimmen Sie die Eigenwerte des Systems. Ist das System asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.



3d) (1 Punkt)

Lässt sich aus der Stabilität auf die Steuerbarkeit des Systems schließen? Begründen Sie Ihre Antwort.



Gegeben sei das Zustandsraummodell

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -7 & -5 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t); \quad y(t) = [0 \quad 1] x(t).$$

3e) (4 Punkte)

Unter welchen Bedingungen ist das System vollständig steuerbar? Unter welchen Bedingungen ist das System vollständig beobachtbar? Begründen Sie Ihre Antworten.



3f) (1 Punkt)

Es soll ein Zustandsbeobachter ausgelegt werden. Zeichnen Sie das Blockschaltbild.



3g) (3 Punkte)

Bestimmen Sie die Rückführmatrix L des Beobachters, so dass die Eigenwerte

$\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ sind.



3h) (1 Punkt)

Geben Sie die konkrete (mit Zahlenwerten versehene) Gleichung zur Fehlerdynamik an. Wie groß ist der Beobachtungsfehler für $t \rightarrow \infty$, mit den in Aufgabe 3g) vorgegebenen Eigenwerten?

