UNIVERSITÄT DUISBURG-ESSEN
Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Abt. Maschinenbau und Verfahrenstechnik
Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik
Regelungstechnik 20. April 2021

Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.
Durch die Teilnahme versichere ich, dass ich prüfungsfähig bin. Bei Krankheit werde ich die Klausur vorzeitig beenden und unmittelbar eine Ärztin/einen Arzt aufsuchen.

DIE OBIGEN ANGABEN SOWIE DIE UNTERSCHRIFT
SIND ZWINGEND ZU KLAUSURBEGINN ZU LEISTEN.

Duisburg, den ______________ ____
(Datum) (Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ______________ Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Aufgabe 3	
Die Bewertung gem. PO in Ziffern ist der xls-Tabelle bzw. dem Papierausdruck zu entnehmen.	

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Dr.-Ing. Fateme Bakhshande)

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung: (alternativ: siehe xls-Tabelle bzw. beigefügter Papierausdruck)

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____________________

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen! (Rote Stifte werden bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung lege ich ab als
☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage
(Bitte EINES ankreuzen).

Maximal erreichbare Punktzahl:	**56**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Allgemeine Hinweise:

1) Für die Multiple-Choice und multiple-choice-ähnlichen Fragen gilt:

   i) Bei Aufgaben mit Einzelbewertung von Teilaufgaben gilt: Nur korrekte Teilantworten werden mit der vorgesehenen Teilpunktzahl bewertet.
   ii) Die in einer Teilaufgabe anfallenden Punkte werden aufsummiert.
   iii) Sofern nicht explizit anders dargestellt ist nur eine der angegebenen Lösungsoptionen korrekt.
   iv) Falls Teilaufgaben mehr als zwei Antwortoptionen beinhalten und nur eine Lösung existiert: Das Ankreuzen von mehreren Antwortoptionen wird auf Grund der nicht eindeutigen Willensäußerung als NICHTantwort interpretiert. Hieraus resultiert, dass in diesem Fall keine Punkte gegeben werden können.

2) Sollten im Einzelfall keine zulässigen Zahlenbereiche für Zeitkonstanten, Massen etc. angegeben sein, gehen Sie immer von positiven Zahlenwerten für die Zeit und für Massen aus.

3) Sollte im Einzelfall keine Angabe zu positiver oder negativer Rückführung angegeben sein, gehen Sie immer von der üblichen negativen Rückführung aus.

Aufgabe 1 (27 Punkte)

1a) (5 × 1 Punkt, 5 Punkte)
Markieren Sie in den folgenden Aussagen die richtige Lösung.

A1) (1 Punkt)
Die Darstellungen

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega_0 t), \qquad (*)$$

$$A_k = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} f(t)\cos(k\omega_0 t)dt, \qquad k = 0, 1, \ldots \qquad (**)$$

$$B_k = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} f(t)\sin(k\omega_0 t)dt, \qquad k = 1, 2, \ldots \qquad (**)$$

und

$$f(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \sin(k\omega_0 t + \phi_k), \qquad (*)$$

$$C_0 = \frac{A_0}{2}, \qquad (**)$$

$$C_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \qquad k = 1, 2, \ldots \qquad (**)$$

$$\phi_k = \arctan\frac{A_k}{B_k}, \qquad k = 1, 2, \ldots \qquad (**)$$

$$k = 1 : \omega_0 \quad \rightarrow \quad \text{Grundwelle,}$$
$$k > 1 : \omega_i \quad \rightarrow \quad \text{Harmonische höherer Ordnung,}$$

beschreiben die Approximation des periodischen Signals $f(t)$ mit Hilfe einer Reihe spezifischer Funktionen $(*)$ und Parameter $(**)$. Hierbei wird das Signal/die Funktion $f(t)$ durch spezielle harmonische Funktionen $(*)$ mit speziellen Parametern $(**)$ praktisch approximiert. Die beiden Darstellungen (Variante 1: A_0, A_k, B_k, Variante 2: C_0, C_k, ϕ_k) stellen hierbei

- [x] gleiche Approximationen dar, wobei auf Grund trigonometrischer Zusammenhänge beide Varianten gleichwertig sind und die Variante 2 eine leichter einsehbare Interpretation zulässt (Betrag und Phase).
- [ ] unterschiedliche Approximationen mit gleicher Genauigkeit dar.
- [ ] gleiche Approximationen dar, wobei die Variante 1 mehr Koeffizienten benötigt (A_0,A_k,B_k) und daher genauer ist.
- [ ] unterschiedliche Approximationen mit unterschiedlicher Genauigkeit dar.

A2) (1 Punkt)
Die Herleitung von Fourier-transformierten Gewichtsfunktionen ($G(j\omega)$)

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_q \frac{d^q u}{dt^q} + \cdots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u,$$
$$\frac{d^i}{dt^i} U e^{j\omega t} = U(j\omega)^i e^{j\omega t}, \qquad \frac{d^i}{dt^i} Y e^{j\omega t} = Y(j\omega)^i e^{j\omega t}, \qquad \text{mit } \frac{d^i}{dt^i} e^{j\omega t} = (j\omega)^i e^{j\omega t},$$
$$Y(a_n(j\omega)^n + \cdots + a_0)e^{j\omega t} = U(b_q(j\omega)^q + \cdots + b_0)e^{j\omega t},$$
$$Y = \underbrace{\frac{b_q(j\omega)^q + \cdots + b_0}{a_n(j\omega)^n + \cdots + a_0}}_{G(j\omega)} U = Y = G(j\omega)U,$$

aus einer linearen Eingangs-/Ausgangsdarstellung (E/A-Darstellung) erlaubt die Repräsentation der E/A-Zusammenhänge im Frequenzbereich. Hierbei gilt:

- ○ Die in $G(j\omega)$ dargestellten Zusammenhänge gelten nur für spezifische Zeitpunkte der als linear und zeitinvariant angenommenen Modellstruktur.
- ○ Die in $G(j\omega)$ dargestellten Zusammenhänge gelten nur für spezifische Zeitpunkte der als linear und zeitvariant angenommenen Modellstruktur.
- ○ Mittels $G(j\omega)$ wird eine frequenzunabhängige Variable mit Betrag und Phase beschrieben.
- ☒ Mittels $G(j\omega)$ wird eine frequenzabhängige Variable mit Betrag und Phase beschrieben.
- ○ Die über $G(j\omega)$ beschriebenen Zusammenhänge sind generell nur instationär.

A3) (1 Punkt)
Die Darstellung der Übertragungsfunktion kann unterschiedlich erfolgen. Hierbei bezeichnet

$$G(s) = k_s \frac{\prod_{i=1}^{q}(T_{0i}s + 1)}{\prod_{i=1}^{n}(T_i s + 1)},$$

- ○ die Pol-Nullstellen (PN)-Form.
- ☒ die Zeitkonstanten (TN)-Form.
- ○ eine universelle Beschreibungsform zur direkten (ablesbaren) Darstellung von Polen, Nullstellen sowie Zeitkonstanten.

A4) (1 Punkt)
Das Signal $y(s) = G(s)u(s)$ mit $G(s) = T_D s + 1$ und $u(s) = 1$ beschreibt mit

- [x] $y(s) = T_D s + 1$ die Impulsantwort eines PD-Systems.
- [ ] $y(s) = T_D s + 1$ die Impulsantwort eines PDT_1-Systems.
- [ ] $y(s) = T_D s + 1$ die Sprungantwort eines PD-Systems.
- [ ] $y(s) = T_D s + 1$ die Sprungantwort eines PDT_1-Systems.

A5) (1 Punkt)
Die Beschreibung eines linearen, zeitinvarianten SISO Systems lässt sich

- [ ] abhängig von der Ableitungsordnung
- [x] unabhängig von der Ableitungsordnung immer
- [ ] grundsätzlich nicht
- [ ] nur maschinell bzw. numerisch

in eine Frequenzbereichsdarstellung überführen.

1b) (4 × 1 Punkt, 4 Punkte)
Markieren Sie in den folgenden Aussagen die richtige Lösung.

B1) (1 Punkt)
Wie ist die nachfolgende Darstellung regelungstechnischer Zusammenhänge zu interpretieren?

$$K_s = \lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot G(s) = \lim_{s\to 0} G(s), \qquad K_s \neq 0,$$

- ○ Aus dem statischen Grenzwert lässt sich bei Betrachtung einer Sprungantwort über die Grenzwertsätze eine Aussage zu $G(s)$ ableiten.
- ☒ Die statische Verstärkung entspricht dem Wert der Sprungantwort für $t \to \infty$, sie lässt sich aber auch als Grenzwert aus der Übertragungsfunktion mit $s \to 0$ ableiten.
- ○ Die statische Verstärkung entspricht dem Wert des Eingangssprungs für $t \to \infty$, sie lässt sich aber auch als Grenzwert aus der Übertragungsfunktion mit $s \to 0$ multipliziert mit der Laplace-Transformierten Impulsdarstellung ableiten.
- ○ Aus dem Grenzwert der Strecke bei unendlich langen Betrachtungen lässt sich mit einer Sprungantwort über die Grenzwertsätze eine Aussage zum Verhalten von $G(s)$ bei $s \to 0$ ableiten.

B2) (1 Punkt)
Ein Ortskurvenverlauf entlang der negativen imaginären Achse endend im Ursprung entspricht

- ○ im Amplitudendiagramm des Bodediagramms einem stetigen Anstieg mit wachsender Frequenz.
- ☒ im Amplitudendiagramm des Bodediagramms einem stetigen Abstieg mit wachsender Frequenz.
- ○ im Phasendiagramm des Bodediagramms einem stetigen Anstieg mit wachsender Frequenz.
- ○ im Phasendiagramm des Bodediagramms einem stetigen Abstieg mit wachsender Frequenz.

B3) (1 Punkt)

Gegeben seien die folgenden Pol-/Nullstellenverteilungen:

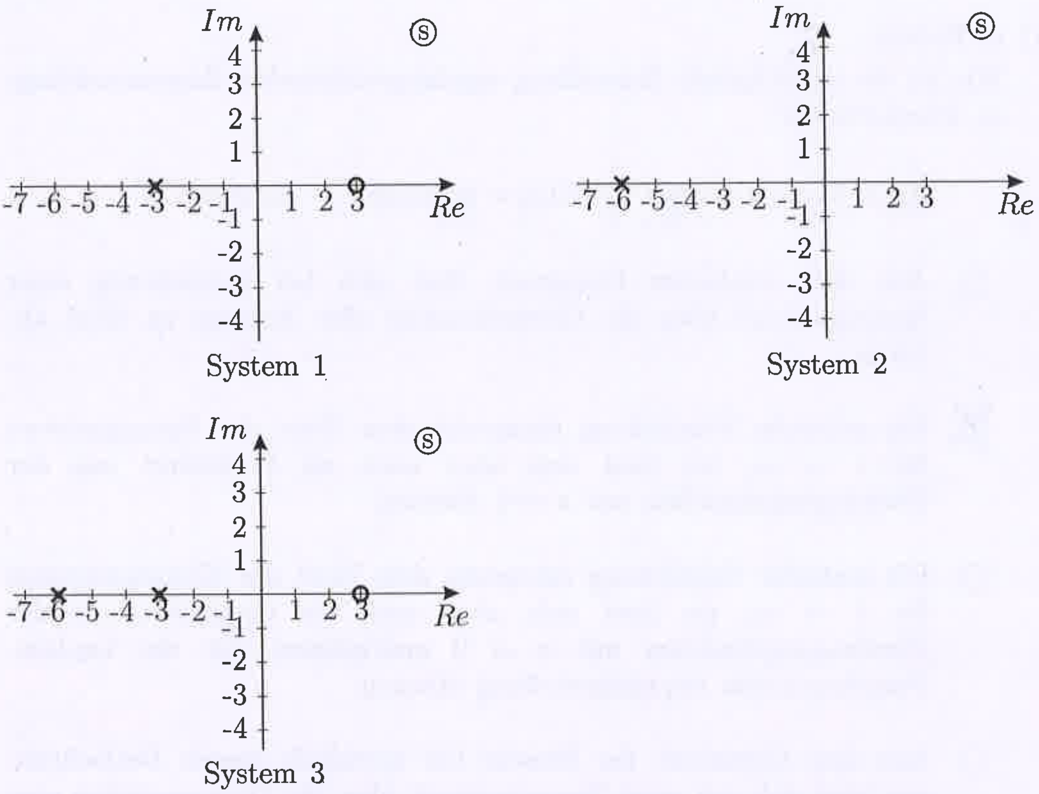


Abbildung 1.1: Pol-/Nullstellenverteilung

- ○ System 3 ergibt sich aus Parallelschaltung der Systeme 2 und 1.
- ○ System 3 ergibt sich aus Reihenschaltung der Systeme 2 und 1. System 3 ist minimalphasig.
- ☒ System 3 ergibt sich aus Reihenschaltung der Systeme 2 und 1. System 3 ist kein Allpass.
- ○ System 3 ergibt sich aus Reihenschaltung der Systeme 2 und 1. System 2 ist ein Allpass.
- ○ System 3 ergibt sich aus Reihenschaltung der Systeme 2 und 1. System 1 ist kein Allpass.

B4) (1 Punkt)

Phasenanhebende und phasenabsenkende Übertragungselemente werden häufig verwendet, um die Eigenschaften gegebener Systeme (Strecken, Regler, Regelsysteme) entsprechend zu modifizieren. Gegeben sei das System

$$\frac{T_D s+1}{Ts+1}, \qquad \text{mit } T_D < T.$$

Hierbei handelt es sich um ein

- [x] phasenabsenkendes Übertragungselement weil $\frac{1}{T} < \frac{1}{T_D}$ ist.
- [ ] phasenanhebendes Übertragungselement weil $\frac{1}{T} < \frac{1}{T_D}$ ist.
- [ ] phasenabsenkendes Übertragungselement weil die Beschreibung in PN-Form vorliegt.
- [ ] phasenabsenkendes Übertragungselement weil die Beschreibung in TN-Form vorliegt.
- [ ] phasenabsenkendes Übertragungselement weil $T_D > T$ ist.
- [ ] phasenanhebendes Übertragungselement weil $T_D > T$ ist.

1c) (2 Punkte)
Markieren Sie in den folgenden Aussagen die richtige Lösung.

C1) (1 Punkte)
Das Ein-/Ausgangsverhalten eines Systems wird durch die Pole $s_{1,2} = 2 \pm j$, $s_3 = -3$ und $s_4 = 0$ definiert. Aufgrund der Betrachtung der Pole des Systems ist das Ein-/Ausgangsverhalten als

- ○ asymptotisch stabil
- ○ grenzstabil
- ☒ instabil

zu klassifizieren.

C2) (1 Punkt)
Ein offener Regelkreis mit proportionalem Verhalten soll stationär genau geregelt werden. Für dieses Ziel kann beispielsweise ein

- ○ proportionaler
- ☒ integraler
- ○ differentieller
- ○ verzögernder
- ○ beschleunigender

Anteil in die Rückführung integriert werden.

1d) (16 Punkte)
Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke

$$G_S(s) = \frac{8(s+2)}{(s^2+4s+53)s},$$

die mit einem Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_R(s) = \frac{Ks}{(s-T_1)(s+2)},$$

mit $T_1 > 0$ in Gegenkopplung geregelt werden soll.

1d) i) (3 Punkte)
Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen von Strecke und Regler.

Strecke:

Pole: $s_1 = 0$

$s_{2/3} = -2 \pm 7j$

Nst: $s_{01} = -2$

Regler:

Pole: $s_1 = T_1$

$s_2 = -2$

Nst.: $s_{01} = 0$

2

3

1d) ii) (2 Punkte)
Geben sie an, unter welchen Bedingungen i) die Strecke und ii) der Regler asymptotisch stabiles Verhalten aufweisen. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

i) Strecke: niemals asymptotisch stabil, da $\mathrm{Re}\{s_1\} = 0$, somit grenzstabil.

ii) Regler: niemals asymptotisch stabil, da $s_1 = T_1$ und $T_1 > 0$, somit $\mathrm{Re}\{s_1\} > 0$, somit instabil.

1d) iii) (2 Punkte)
Bestimmen Sie das Nennerpolynom des Störübertragungsverhaltens des geschlossenen Regelkreises.

Lösung 1:

$$G_z = \frac{1}{1+G_0}$$

$$G_z = \frac{(s^2+4s+53)(s-T_1)}{(s^2+4s+53)(s-T_1)+8K}$$

$$p(s) = s^3+(4-T_1)s^2+(53-4T_1)s+8K-53T_1$$

Lösung 2:

$$G_z = \frac{G_s}{1+G_0}$$

$$G_z = \frac{8(s+2)(s-T_1)}{s\left[(s^2+4s+53)(s-T_1)+8K\right]}$$

$$p(s) = s\left[s^3+(4-T_1)s^2+(53-4T_1)s+8K-53T_1\right]$$

Die Störübertragungsfunktion sei im folgenden

$$G_Z(s) = \frac{(s^2+4s+24)(s-T_1)}{s^3+(6-T_1)s^2+(24-6T_1)s+8K-24T_1}.$$

1d) iv) (3 Punkte)
Geben Sie an, unter welchen Bedingungen der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabiles Verhaltens aufweist.

Notwendige Bedingung: alle $a_i > 0$

$a_3 = 1 > 0$

$a_2 = (6-T_1) > 0 \Rightarrow T_1 < 6$

$a_1 = (24-6T_1) > 0 \Rightarrow T_1 < 4$

$a_0 = 8K - 24T_1 > 0 \Rightarrow K > 3T_1 \;/\; T_1 < \frac{1}{3}K$

Hinreichende Bedingung: alle $H_i > 0$

$$H = \begin{bmatrix} 6-T_1 & 8K-24T_1 & 0 \\ 1 & 24-6T_1 & 0 \\ 0 & 6-T_1 & 8K-24T_1 \end{bmatrix}$$

$H_1 = 6-T_1 > 0 \Rightarrow T_1 < 6$

$H_2 = (6-T_1)(24-6T_1) - \underbrace{(8K-24T_1)}_{>0} > 0$

$(6-T_1)(24-6T_1) > 8K-24T_1$

$144 - 36T_1 + 6T_1^2 > 8K$

$K < \frac{3}{4}T_1^2 - \frac{9}{2}T_1 + 18$

$H_3 = a_0 \cdot H_2 > 0$

Asymptotisch stabil, wenn $T_1 < 4$ und

$3T_1 < K < \frac{3}{4}T_1^2 - \frac{9}{2}T_1 + 18.$

Durch Systemmodifikation und Messung ergibt sich folgende Darstellung für den offenen Regelkreis.

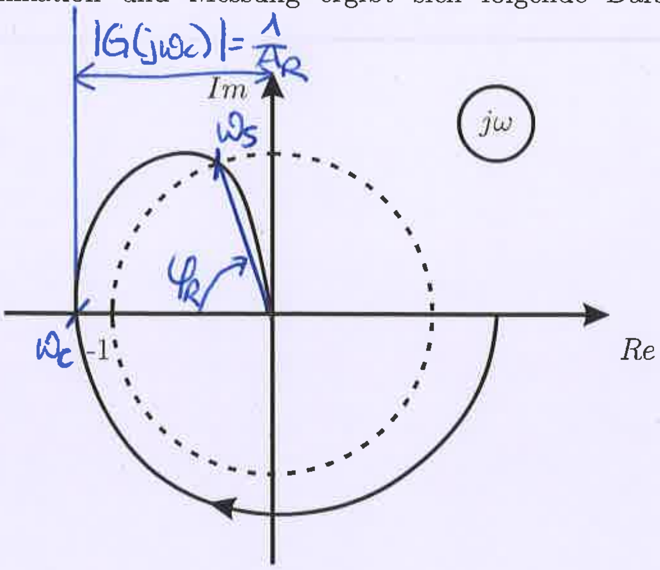


Abbildung 1.2: Ortskurve des offenen Regelkreises

1d) v) (2 Punkte)
Ist der offene Regelkreis asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.
Begründen Sie, welches Verhalten (stabil, instabil) Sie für den geschlossenen Regelkreis erwarten.

Ja, der offene Regelkreis ist stabil, da dieser gemessen wurde.

Der geschlossene Regelkreis ist instabil, da

- -1 rechts von der Kurve liegt.
- der Phasenrand $< 0°$ ist.
- der Amplitudenrand < 1 ist.

1d) vi) (2 Punkte)

Zeichnen und benennen Sie in Abbildung 1.2 eindeutig und differenziert
die Amplitudendurchtrittsfrequenz, (ω_S)
die Phasendurchtrittsfrequenz, (ω_c)
die Phasenreserve sowie (φ_R)
die Amplitudenreserve sowie die für die Amplitudenreserve relevanten Strecken.
(A_R)

$|G(j\omega_c)| = \frac{1}{A_R}$

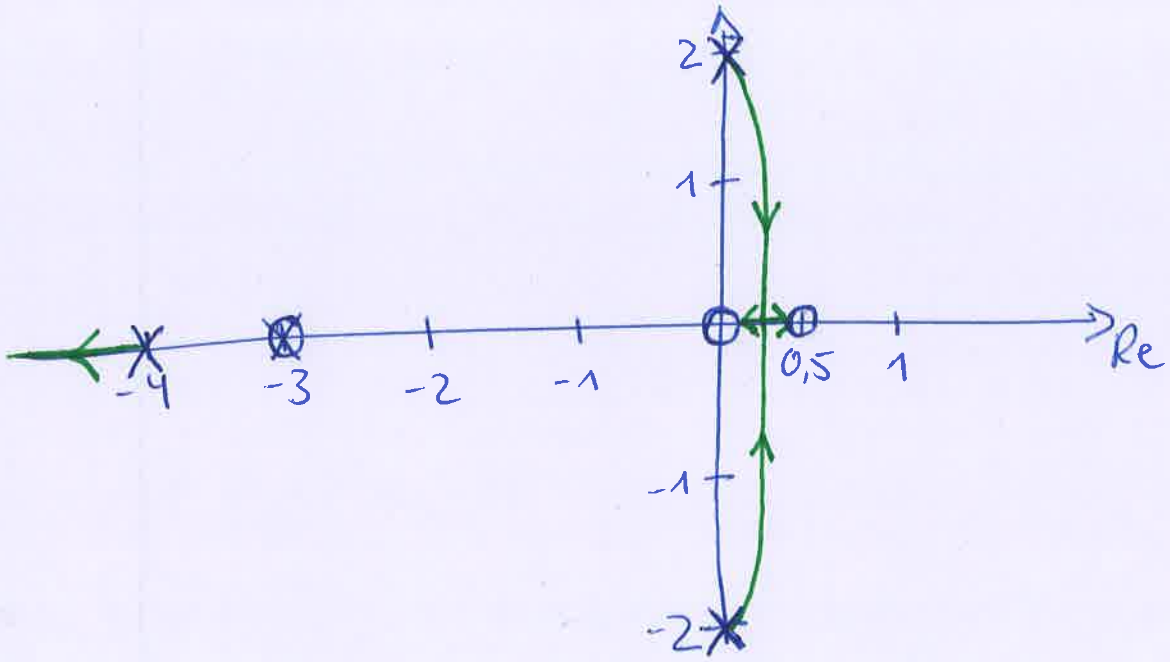
Für die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises ergibt sich

$$\tilde{G}_0(s) = \frac{\tilde{K}s(s-0,5)(s+3)}{(s+2j)(s-2j)(s+3)(s+4)}.$$

1d) vii) (3 Punkte)
Kann der geschlossene Regelkreis Dämpfungsverhalten mit $D \geq 1$ zeigen? Begründen Sie Ihre Antwort unter Nutzung einer WOK-Skizze. Ist der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil?

Nullstellen: $s_{01} = 0$, $s_{02} = 0,5$, $s_{03} = -3$

Pole: $s_{1/2} = \pm 2j$, $s_3 = -3$, $s_4 = -4$



Nein, da D immer < 0 ist.

Nein, der geschlossene Regelkreis ist instabil für alle K>0.

Σ

Aufgabe 2 (17 Punkte)

2a) (10 Punkte)
Ein System mit PIT$_3$-Verhalten (T_1, T_2, T_3, K, T_I) wird mit einem Regler mit PT$_1$-Verhalten $(T_1^\star, K^\star)$ geregelt (Gegenkopplung). Für die Parameter gelten die Zusammenhänge $T_1 > T_2 > T_3 > T_1^\star > T_I > 0$.

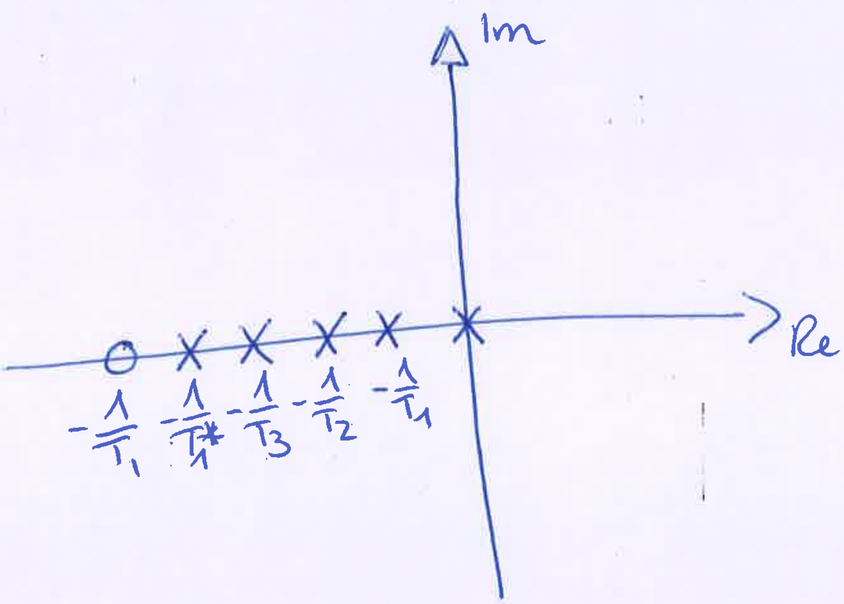
2a) i) (4 Punkte)
Stellen Sie grafisch die prinzipielle Pol/Nullstellen-Verteilung des offenen Regelkreises dar.

PIT$_3$: Pole: $s_1 = 0$, $s_2 = -\frac{1}{T_1}$, $s_3 = -\frac{1}{T_2}$,

$s_4 = -\frac{1}{T_3}$

Nst: $s_{01} = -\frac{1}{T_I}$

PT$_1$: Pol: $s_1 = -\frac{1}{T_1^\star}$



2a) ii) (6 Punkte)

Markieren Sie in den folgenden Aussagen die richtige Lösung.

A1) (1 Punkt)
Die Strecke ist

- [ ] asymptotisch stabil.
- [ ] instabil.
- [x] grenzstabil.

A2) (1 Punkt)
Der offene Regelkreis ist

- [ ] asymptotisch stabil.
- [ ] instabil.
- [x] grenzstabil.

A3) (1 Punkt)
Der geschlossene Regelkreis ist für

- [x] große Verstärkungen
- [ ] kleine Verstärkungen
- [ ] $K^{\star} = 0$

instabil.

A4) (1 Punkt)
Durch eine geeignete Reglereinstellung lässt sich

- ☒ ein
- ○ kein
- ○ unabhängig von der Strecke grundsätzlich immer ein
- ○ unabhängig von der Strecke grundsätzlich immer kein

asymptotisch stabiles Verhalten des geschlossenen Regelkreises einstellen.

A5) (1 Punkt)
Durch eine geeignete Reglereinstellung lässt sich

- ☒ ein
- ○ kein
- ○ unabhängig von der Strecke grundsätzlich immer ein
- ○ unabhängig von der Strecke grundsätzlich immer kein

grenzstabiles Verhalten des geschlossenen Regelkreises einstellen.

A6) (1 Punkt)
Der geschlossene Regelkreis hat

- ○ drei
- ○ vier
- ☒ fünf

Pole.

2b) (7 Punkte)
Gegeben sei ein Minimalphasensystem mit dem in Abbildung 2.1 dargestellten Amplitudengang. Das System wird mit einem P-Regler ($K_P = 1$) geregelt.

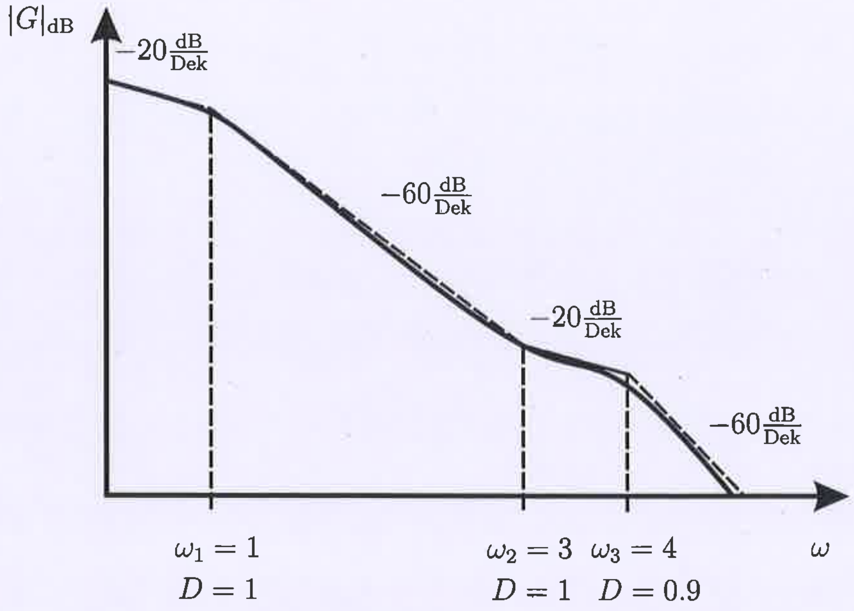


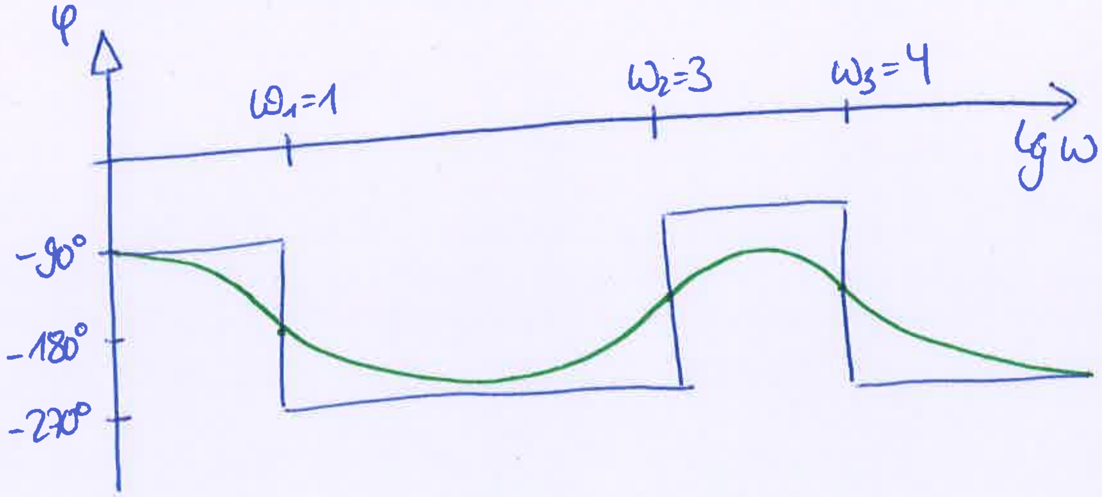
Abbildung 2.1: Amplitudengang

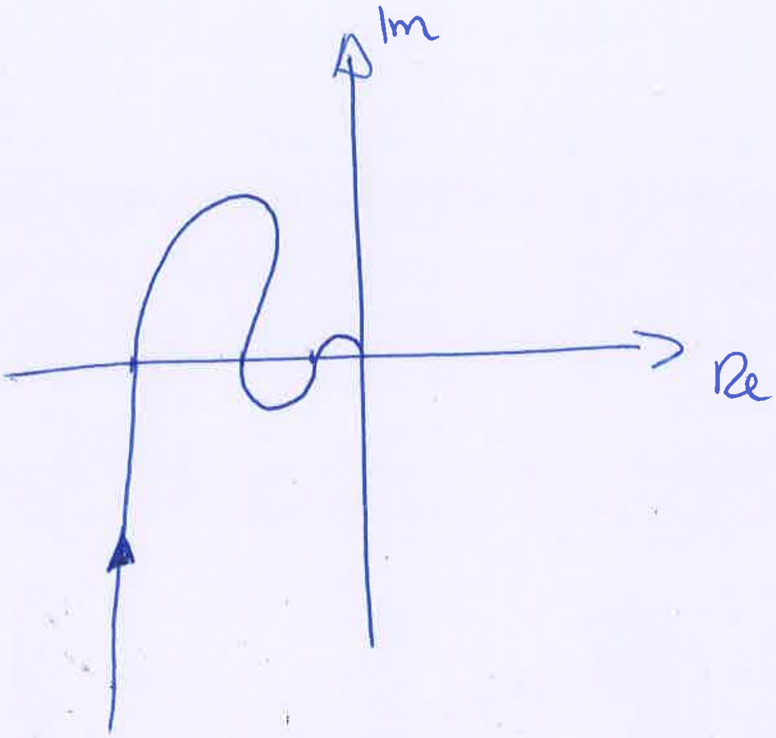
2b) i) (2 Punkte)
Bestimmen Sie die Pole und Nullstellen des offenen Regelkreises.

Pole: $s_{1/2} = -1$, $s_3 = 0$, $s_{4/5} = -3,6 \pm \sqrt{3,04}\,j$

Nst: $s_{0,1/2} = -3$

2b) ii) (5 Punkte)
Zeichnen Sie qualitativ den Phasengang (realer und approximierter Verlauf) und die Ortskurve des offenen Regelkreises.





Σ

Aufgabe 3 (12 Punkte)

3a) (8 Punkte)
Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ für die in den Abbildungen (Blockschaltbildern) angegebenen Übertragungssysteme.

3a) i) (2 Punkte)

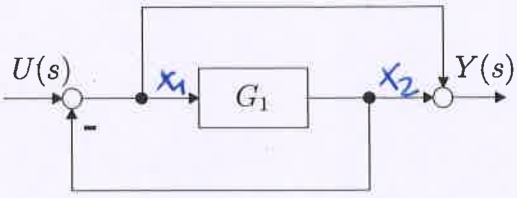


Abbildung 3.1: Blockschaltbild des Regelkreises

$y = x_1 + x_2$

$x_2 = G_1 x_1$

$x_1 = u - x_2$

$y = u - x_2 + x_2$

$y = u$

$G(s) = 1$

3a) ii) (2 Punkte)

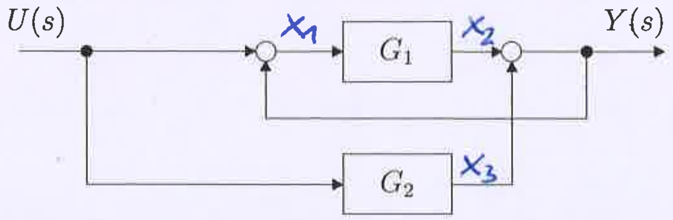


Abbildung 3.2: Blockschaltbild des Regelkreises

$$y = x_2 + x_3$$

$$x_2 = G_1 x_1$$

$$x_1 = u + y$$

$$x_3 = G_2 u$$

$$y = G_1(u+y) + G_2 u$$

$$G(s) = \frac{G_1 + G_2}{1 - G_1}$$

3a) iii) (4 Punkte)

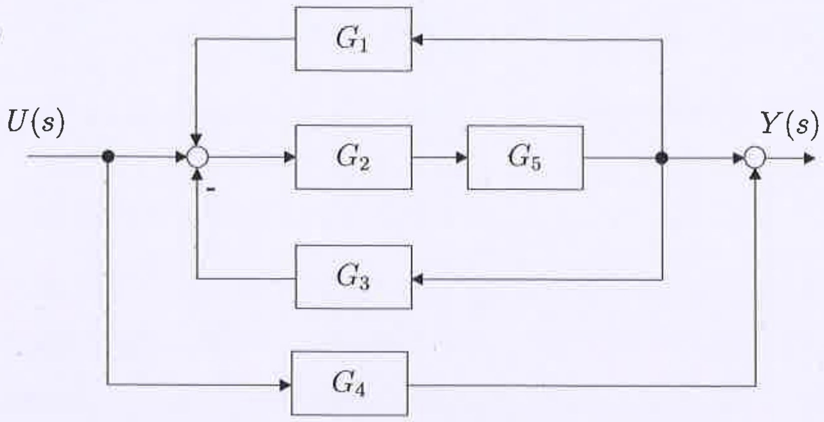


Abbildung 3.3: Blockschaltbild des Regelkreises

G_2 und G_5: Reihenschaltung: $G_6 = G_2 \cdot G_5$

G_1 und G_3: Parallelschaltung: $G_7 = G_1 - G_3$

G_6 und G_7: Rückführung: $G_8 = \frac{G_6}{1 - G_6 G_7}$

G_4 und G_8: Parallelschaltung: $G(s) = G_4 + G_8$

$$G(s) = G_4 + \frac{G_2 G_5}{1 - G_2 G_5 (G_1 - G_3)}$$

3b) (9 Punkte)
In Abbildung 3.4 ist die Pol-Nullstellen Verteilung einer Regelstrecke $G_S(s)$ dargestellt, die mit einem idealen P-Regler $G_R(s)$ in Gegenkopplung geregelt wird. Die Strecke besitzt die Verstärkung $K_S = 2$.

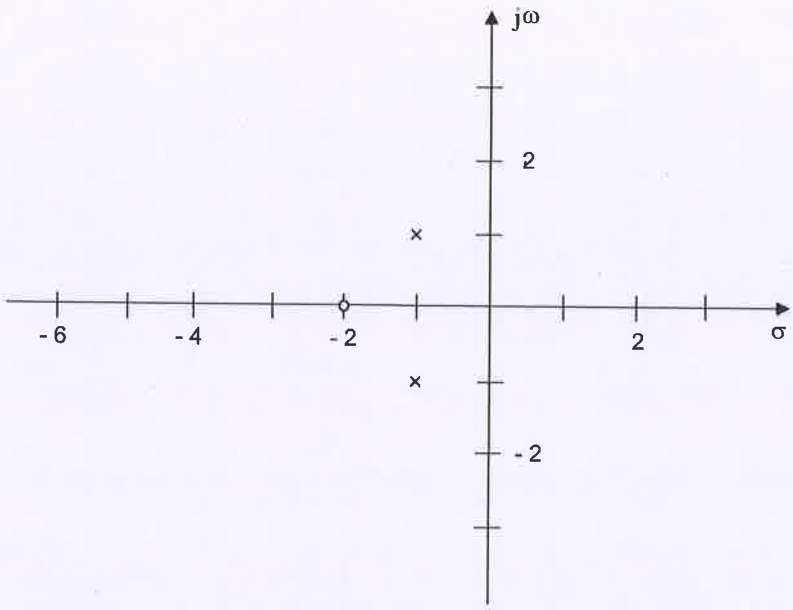


Abbildung 3.4: Pol-Nullstellen-Verteilung der Regelstrecke

3b) i) (2 Punkte)
Wie lauten die Übertragungsfunktionen der Regelstrecke $G_S(s)$ und des Reglers $G_R(s)$?

$$G_S(s) = \frac{2(s+2)}{s^2+2s+2}$$

$$G_R(s) = K_R$$

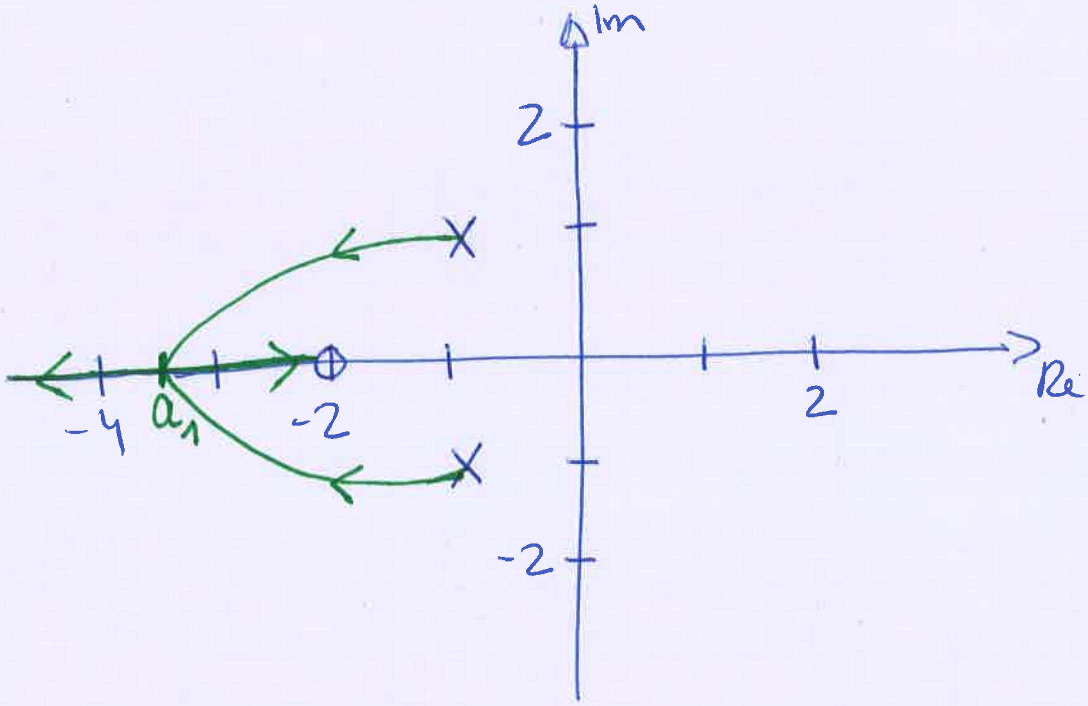
3b) ii) (2 Punkte)
Wie lautet das Nennerpolynom des geschlossenen Regelkreises?

$$1 + G_o = 0$$

$$s^2 + (2 + 2K_R)s + 2 + 4K_R = 0$$

3b) iii) (3 Punkte)

Skizzieren Sie die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises ($K_R > 0$). Berechnen Sie den (die) Verzweigungspunkt(e) der WOK.
(Hinweis: Die Bestimmung der Verzweigungspunkte erfolgt mit der im Anhang angegebenen Formel).



Verzweigungspunkt: $\sum \frac{1}{a-p_i} = \sum \frac{1}{a-n_i}$

$$\frac{1}{a+1+j} + \frac{1}{a+1-j} = \frac{1}{a+2}$$

$$a^2 + 4a + 2 = 0$$

$$a_{1/2} = -2 \pm \sqrt{2}$$

$a_1 = -3{,}41$

$a_2 = -0{,}6$ => nicht auf Wurzelort

3b) iv) (2 Punkte)
Bestimmen Sie mit Hilfe der WOK den Wert der Verstärkung K_R des P-Reglers, für den die Eigenbewegung des geschlossenen Regelkreises die Dämpfung $D = 0,9$ aufweist. (Hinweis: Für $D = 0,9$ gilt $s_1 = -2 + j$.)

$$K = \frac{\prod_{i=1}^{n} |s_1 - p_i|}{\prod_{i=1}^{q} |s_1 - n_i|}$$

$$= \frac{|-2+j+1-j| \cdot |-2+j+1+j|}{|-2+j+2|}$$

$$= \frac{|1| \cdot |1+2j|}{|j|} = \sqrt{5}$$

$$K = K_R \cdot K_S$$

$$K_R = \frac{K}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Σ