

Universität Duisburg-Essen  
Campus Duisburg

---

Physikalisches Grundlagenpraktikum  
für den  
Bachelor-Studiengang  
Physik

Versuchsanleitungen  
Teil 2a (3.Fachsemester)

## Inhaltsverzeichnis

### Versuche

#### Teil Nr. Bezeichnung

#### 2a Elektromagnetische Wellen, Optik, Materiewellen, Lichtquanten

D 1	Brennweite von Linsen und Linsensystemen.....	D1.1-10
D 2	Linsenfehler.....	D2.1-7
D 4	Lichtelektrischer Effekt.....	D4.1-10
D 5	Spektralanalyse.....	D5.1-7
D 7	Beugung am Gitter.....	D7.1-8
D 8	Temperaturstrahlung.....	D8.1-16
D 9	Lichtgeschwindigkeit in Luft, Flüssigkeiten und Glas.....	D9.1-12
D 11	Polarisation des Lichtes.....	D11.14
D 12	Faraday-Effekt.....	D12.1-8
D 13	Newtonsche Ringe.....	D13.1-6
D 14	Laser-Interferometer.....	D14.1-13
D 16	Versuch mit Mikrowellen.....	D16.1-14

## Versuch D 1: Brennweite von Linsen und Linsensystemen

**1. Literatur:** Bergmann-Schäfer, Experimentalphysik, Bd.III, Optik  
Walcher, Praktikum der Physik  
Westphal, Physikalisches Praktikum

**Stichworte:** Sphärische Linsen, Brennweite, Objektweite, Bildweite, Brechkraft, Abbildungsgleichungen, reelles-virtuelles Bild, Abbildungsmaßstab, Lupe, Bessel-Verfahren, Hauptebenen, Linsensysteme

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Abbildungsgleichung

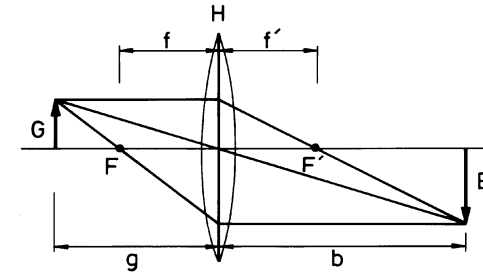
Im vorliegenden Versuch werden sphärische, dünne Linsen verwendet, bei denen sich Brennweite sowie Objekt- und Bildweite von der (geometrisch definierten) Mittelebene (Hauptebene) bestimmen lassen. Eine sphärische Linse besteht aus einem optisch durchlässigen, leicht brechenden Stoff (Glas, Kunststoff), der von zwei Kugelflächen oder einer Kugelfläche und einer Ebene begrenzt wird. Je nach Anordnung der begrenzenden Flächen unterscheidet man zwischen Sammell- und Zerstreuungslinsen. Sammellinsen (bikonvex, plankonvex) vereinen ein parallel zur optischen Achse (= Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte der Begrenzungsflächen) einfallendes Strahlenbündel in einem hinter der Linse im Bildraum liegenden Brennpunkt F', Zerstreuungslinsen (bikonkav, plankonkav, konvexkonkav) zerstreuen ein parallel einfallendes Strahlenbündel im Bildraum so, als ob es von einem im Gegenstandsraum vor der Linse befindlichen Brennpunkt F herkäme.

Solange man es mit sehr schlanken (achsennahen) Parallellichtbündeln zu tun hat, die einen so kleinen Neigungswinkel  $\alpha$  gegen die optische Achse besitzen, dass man ohne nennenswerten Fehler  $\sin \alpha = \tan \alpha = \alpha$  setzen kann ( $\alpha \leq 5^\circ$ ), befindet man sich im sog. *Gaußschen Abbildungsbereich*. In diesem Bereich gestattet die Kenntnis der Brennweite  $f$  sowie die Lage der Hauptebene H (Mittelebene der Linse) die eindeutige Konstruktion der optischen Abbildung, wenn der Abstand  $g$  (Gegenstandsweite) vom Gegenstand G zur Hauptebene vorgegeben wird (geometrische Strahlenoptik).

Die Beziehung zwischen Brennweite  $f$ , Gegenstandsweite  $g$  und Bildweite  $b$  ist durch die Abbildungsgleichung gegeben, die für eine dünne, symmetrische ( $f = f'$ ) bikonvexe ( $f > 0$ ) bzw. bikonkave ( $f < 0$ ) Linse lautet:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \tag{1}$$

Die Konstruktion der Abbildung nach der geometrischen Strahlenoptik ist für eine dünne Sammellinse für den Fall  $2f > g > f$  in Abb.1 beispielhaft gezeigt:

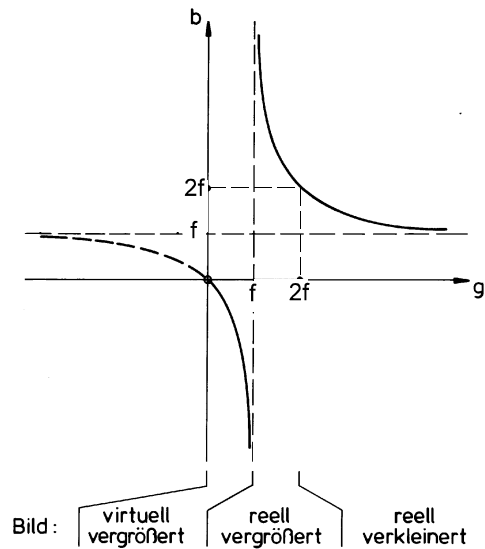


**Abb.1:** Strahlengang bei der Abbildung durch eine dünne Sammellinse für  $2f > g > f$

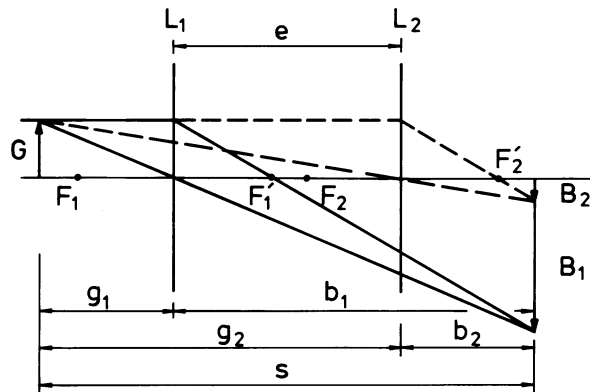
Es entsteht im Beispiel der Abb.1 ein sog. *reelles*, umgekehrtes, vergrößertes Bild B des Gegenstandes im Bildraum. Ist  $f > g > 0$  (Nullpunkt in der Hauptebene) so wirkt die Sammellinse als Lupe, und es entsteht ein aufrechtes, vergrößertes, sog. *virtuelles* Bild des Gegenstandes, das jedoch im Gegenstandsraum liegt, da für  $g < f$  nach der Abb.Gl. (1)  $b$  negativ wird. Diese Zusammenhänge lassen sich anhand der graphischen Darstellung der Abbildungsgleichung (s. Abb. 2) leicht verständlich machen. Mit der Abbildungsgleichung kann man also für eine bikonvexe Linse nach experimenteller Bestimmung der Bild- bzw. der Gegenstandsweite die Brennweite  $f$  ermitteln. Das Verfahren ist jedoch ungenau.

#### 2.2 Bessel -Verfahren

Ein Verfahren, das eine Bestimmung der Brennweite einer (auch dicken) Linse mit höherer Genauigkeit erlaubt, wurde erstmals 1840 von F.W. Bessel angegeben. Es geht davon aus, dass es für hinreichend großen *festen* Abstand von Gegenstand und Bild (Schirm),  $s > 4f$ , zwischen Gegenstand und Bild *zwei* Linsenstellungen ( $L_1, L_2$  in Abb.3) gibt, die einmal ein scharfes, vergrößertes, reelles Bild (Position  $L_1$ , Bild  $B_1$ ) zum anderen ein scharfes, verkleinertes, reelles Bild (Position  $L_2$ , Bild  $B_2$ ) des Gegenstands liefern. Die erforderlichen Linsenstellungen  $L_1, L_2$  sind dabei symmetrisch um die Mitte von  $s$ , wie in Abb. 3 verdeutlicht, und haben den Abstand  $e$ .



**Abb.2:** Graphische Darstellung der Abbildungsgleichung  $b(g)$  für eine dünne Sammellinse



**Abb.3:** Bildentstehung nach dem Bessel-Verfahren für 2 symmetrische Linsenstellungen einer Sammellinse  $L_1$  (—) und  $L_2$  (- - -). Die Indices entsprechen der jeweiligen Linsenstellung.

Aus Gl. (1) errechnet man, dass der Wechsel zwischen den Positionen  $L_1$  und  $L_2$  einer Vertauschung der Gegenstandsweite  $g$  und der Bildweite  $b$  entspricht. Die ursprüngliche Gegenstandsweite  $g_1$  der Einstellung  $L_1$  wird zur Bildweite  $b_2$  der zweiten Einstellung  $L_2$ , d.h.  $g_1 = b_2$ . Entsprechend gilt  $g_2 = b_1$ .

Gemäß Abb.3 erhält man:

$$b_1 + g_1 = s = g_2 + b_2 \quad (2)$$

$$g_2 - g_1 = e = b_1 - b_2 \quad (3)$$

Durch Addition bzw. Subtraktion der Gln. (2) und (3) erhält man mit  $g_1 = b_2$  bzw.  $g_2 = b_1$ :

$$b_1 = \frac{1}{2}(s + e) \quad (4)$$

Setzt man Gl. (4) und (5) in die Abbildungsgleichung (1) ein, so erhält man nach Umformen:

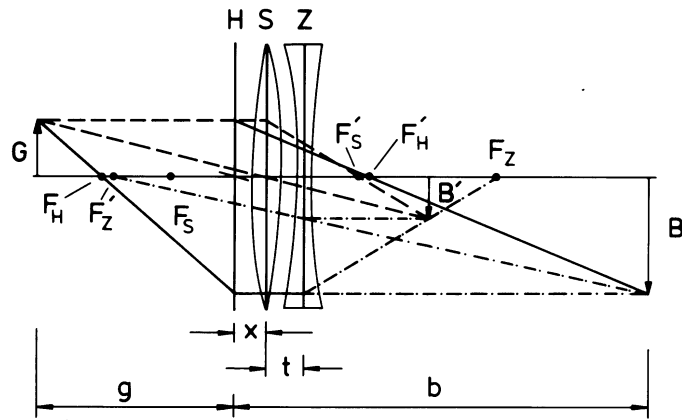
$$g_1 = \frac{1}{2}(s - e) \quad (5)$$

$$f = \frac{s^2 - e^2}{4s} \quad \text{Bessel-Gleichung} \quad (6)$$

### 2.3 Brennweite einer Zerstreulinse (Linsensystem)

Zerstreulinse erzeugen nur virtuelle Bilder, so dass eine direkte Brennweitenbestimmung nach dem Bessel-Verfahren nicht möglich ist. Kombiniert man jedoch die Zerstreulinse mit einer Sammellinse großer, bekannter Brechkraft, so entsteht aus beiden Linsen ein Linsensystem mit positiver Brennweite, das reelle Bilder erzeugt. Dies ist in Abb. 4 schematisch gezeigt. Beide verwendete Linsen seien dünne Linsen, d.h. sie haben nur je eine Hauptebene, S in Abb. 4 für die Sammellinse, Z für die Zerstreulinse. Beide Linsen seien außerdem so aneinander angebracht, dass der Abstand zwischen S und Z gleich  $t$  sei.

Die für das Linsensystem bei der Abbildung maßgebliche Hauptebene H kann nun



**Abb.4:** Abbildung nach der geometr. Strahlenoptik für ein Linsensystem aus einer dünnen Sammellinse (Hauptebene S) und einer dünnen Zerstreuungslinse (Hauptebene Z). H = Hauptebene des Linsensystems, t = Abstand SZ, x = Abstand HS. Die Brennpunkte, von den verschiedenen Hauptebenen aus gerechnet, sind mit entsprechenden Indices bezeichnet. Strahlengang für Abbildung von G durch Sammellinse (Bild B') gestrichelt, Strahlengang für Abbildung von B' durch Zerstreuungslinse (Bild B) strichpunktierter, Strahlengang für Abbildung von G durch Linsensystem (Festlegung der Hauptebene H) ausgezogene Linien. Der die Spitzen von G und B verbindende Hauptstrahl ist der Übersicht halber nicht gezeichnet.

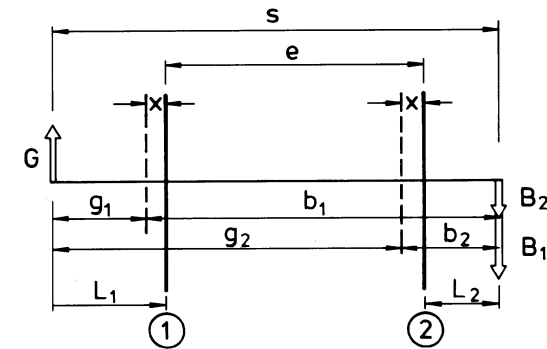
entsprechend Abb. 4 auf folgende Weise gewonnen werden: Man konstruiert zunächst nach den Regeln der geometrischen Strahlenoptik das reelle Bild B', das die Sammellinse vom Gegenstand G entwirft (Strahlenverlauf gestrichelt in Abb.4). Danach konstruiert man das reelle Bild B, das die Zerstreuungslinse (negative Brechkraft) von B' entwirft. (strichpunktierter Strahlenverlauf in Abb. 4). Danach lässt sich durch Verbinden der Spitzen von G und B der Fußpunkt der Hauptebene H des Linsensystems und damit die Hauptebene selbst auf der optischen Achse eindeutig festlegen (Verbindungsline in Abb. 4 nicht gezeichnet). Man überzeuge sich anhand des Strahlengangs (ausgezogene Linien in Abb. 4), dass tatsächlich nur unter Benutzung der Hauptebene H das Linsensystem vom Gegenstand G das reelle Bild B entwirft. Der Strahlengang legt gleichzeitig auch die zur Hauptebene H gehörigen Brennpunkte  $F_H$  bzw.  $F'_H$  und damit die Brennweite  $f_{1,2}$  des Linsensystems fest.

Für die Brennweite eines Linsensystems gilt allgemein:

$$\frac{1}{f_{1,2}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{t}{f_1 f_2} \quad (7)$$

wobei t der Abstand der Hauptebenen der beiden Linsen (in Abb.4 zwischen S u. Z) ist. (Man überlege sich wie Gl. (7) lautet, wenn man sie nach  $f_2$  auflöst!)

Beim vorliegenden Versuch wird die dünne Zerstreuungslinse auf eine Sammellinse bekannter Brennweite so aufgesteckt, dass der Abstand t mit einer Schieblehre bestimmt werden kann, jedoch nicht der Abstand x zwischen Hauptebene und S. S bildet gleichzeitig den Fußpunkt (Ablesemarkierung) auf der optischen Bank.



**Abb.5:** Abbildung nach dem Bessel-Verfahren für ein Linsensystem entspr. Abb.4. ① und ② bezeichnen die zwei Positionen entspr. Abb.3, Hauptebene H gestrichelt, Fußpunkte auf der optischen Bank bzw. Halterung des Linsensystems dick ausgezogene Linien.

Die Verhältnisse bei der Anwendung des Bessel-Verfahrens verdeutlicht Abb.5. Bei vorgegebenem festen Abstand s von Gegenstand G und Bild B liest man aus den Reiterstellungen 1 bzw. 2 die Längen  $L_1$  und  $L_2$  ab und bestimmt den Abstand e. (Linsensystem bei Positionstausch nicht drehen!) Aus der Bessel-Gleichung (6) berechnet man den Wert für die Brennweite  $f_{1,2}$  des Linsensystems und aus Gl.(7)(nach Umformen) die (negative!) Brennweite  $f_2$  der Zerstreuungslinse.

Wie Abb.5 zeigt, gilt:

$$L_1 = g_1 + x ; \quad L_2 = b_2 - x = g_1 - x \quad (8)$$

Aus der Differenz  $L_1 - L_2$  folgt dann:

$$x = \frac{L_1 - L_2}{2} \quad (9)$$

der Abstand zwischen Linsenhalter und Hauptebene. Der Versuch wird zeigen, dass die Hauptebene H außerhalb des Linsensystems liegt. Das ist auch in der Praxis oft der Fall (Photolinsen, Türspion).

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Brennweite einer Sammellinse.
- 2. Aufgabe:** Überprüfen Sie die Ergebnisse in einer graphischen Auftragung  $g(b)$ .
- 3. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Brennweite einer Zerstreuungslinse durch Kombination mit einer Sammellinse bekannter Brennweite zu einem Linsensystem nach dem Bessel-Verfahren.
- 4. Aufgabe:** Berechnen Sie den Abstand der Hauptebene des Linsensystems vom Linsenhalter und diskutieren Sie die Ergebnisse.

### 4. Versuchsdurchführung

Für den Messversuch wird eine optische Bank mit mm-Teilung benutzt, auf der die optischen Geräte (Lampe, Gegenstand, Linse und Schirm) in sog. Reitern, die seitlich an ihrem Fuß eine Positionsmarke besitzen, verschoben werden können. Die genaue Lage des Gegenstandes (Diapositiv) und des Schirmes stimmt aus konstruktiven Gründen nicht mit der Ablesemarke des entsprechenden Reiters überein. Die jeweilige Differenz der Positionen muss daher extra bestimmt und in der Versuchsauswertung berücksichtigt werden, um die tatsächliche Gegenstands- und Bildweite zu erhalten. (Man lote z.B. mit einem rechtwinkligen Dreieck den Ort des Diapositivs in der Mitte der beiden Glasplatten) auf die Skala und bestimme die Differenz.

Bei der Versuchslinse ist zu beachten, dass die Hauptebene dieser (dünnen) Linse im allgemeinen ebenfalls nicht mit der Markierung am Reiter übereinstimmt. Diese

Abweichung kompensiert man dadurch, dass man jede Messung doppelt durchführt - das zweite Mal mit um  $180^\circ$  im Reiter gedrehter Linse - und aus den jeweiligen Messwerten den Mittelwert bildet.

### 4.1 Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse

#### Messung von Gegenstands- und Bildweite

Man erzeuge bei fest eingestelltem Abstand  $s$  von Gegenstand und Schirm zuerst ein vergrößertes Bild des Diapositivs und lese die Stellung der Linse ab. Wegen der Unsicherheit in der Beurteilung der Schärfe des Bildes wird diese Messung viermal durchgeführt (zweimal von jedem der Experimentierenden).

Man drehe die Linse um  $180^\circ$  und messe wiederum viermal. Aus den 8 Werten bilde man den Mittelwert und berechne aus diesem die Gegenstandsweite  $g_1$ . Bei gleichem, festen Abstand  $s$  wiederhole man dann die entsprechenden 8 Messungen bei der Einstellung des verkleinerten Bildes und bestimme die Gegenstandsweite  $g_2$ .

Aus Gl. (2) erhält man dann die Bildweite  $b_2$ . Aus  $g_1$  und  $b_2$  folgt als Mittelwert der (genauere) Wert für die Gegenstandsweite  $g$ . Man berechne dann aus diesem Wert mit Gleichung (2) die Bildweite  $b$  und schließlich aus  $g$  und  $b$  nach Gleichung (1) die Brennweite  $f$ .

Die Bestimmung von  $f$  wird für 5 verschiedene Abstände  $s$  vorgenommen. Man bilde aus den 5 Werten von  $f$  den Mittelwert.

#### Graphische Prüfung

Auf der Abszissenachse eines rechtwinkligen Koordinatensystems werden die Gegenstandsweiten  $g$ , auf der Ordinatenachse die Bildweiten  $b$  aufgetragen und je zwei zusammenhängende  $g$ - und  $b$ -Werte durch eine Gerade verbunden.

Laufen alle Geraden durch einen Punkt, so dass die Geraden eine Geradenschar bilden, fällt man von dem Schnittpunkt das Lot auf die Koordinatenachsen und bestimmt die Achsenabschnitte, die beide gleich  $f$  sein müssen (Beweis?!)

### 4.2 Bestimmung der Brennweite einer Zerstreuungslinse

Man kombiniere die Sammellinse bekannter Brennweite  $f_1$  mit der Zerstreuungslinse (unbekannter Brennweite  $f_2$ ) und überprüfe, ob das Linsensystem eine sammelnde Wirkung hat. Man lege wiederum eine konstante Entfernung  $s$  zwischen Gegenstand und Schirm fest und erzeuge ein vergrößertes und ein verkleinertes Bild. Man bestimme den Abstand  $e$  zwischen den beiden Linsenstellungen ohne dabei das Linsensystem zu drehen und berechne nach der Bessel-

Bleichung (6) die Brennweite  $f_{1,2}$  des Systems.

Der Versuch wird für 5 verschiedene Abstände  $s$  ausgeführt und aus den 5 Werten für  $f_{1,2}$  der Mittelwert gebildet. Aus  $f_1$  und dem Mittelwerten von  $f_{1,2}$  berechne man schließlich nach Gl. (7) die Brennweite der Zerstreuungslinse.

Der Abstand  $t$  zwischen den beiden (dünnen) Linsen wird mit einer Schiebellehre direkt am Linsensystem gemessen.

Anhand der Gleichung (9) soll die Lage der Hauptebene des Linsensystems berechnet und das Ergebnis diskutiert werden.

## 5. Fehlerrechnung

### 5.1 Brennweite der Sammellinse

Man bestimme aus den 5 Messwerten für  $f$  die Messunsicherheit (Standardabweichung des Mittelwertes).

### 5.2 Brennweite der Zerstreuungslinse

Man bestimme aus den 5 Messungen von  $f_{1,2}$  die Messunsicherheit. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz wird aus den Fehlern der Linsenkombination sowie der Bestimmung des Anstandes  $t$  zwischen den zwei Linsen ( $\pm 1$  mm) der absolute und der relative Größtfehler für die Brennweite der Zerstreuungslinse berechnet.

## 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Welche Arten sphärischer Linsen kennen Sie?
- 2) Wie lautet die *Abbildungsgleichung* für dünne symmetrische Linsen?
- 3) Wann erzeugt eine dünne bikonvexe Linse ein reelles vergrößertes Bild, wann ein verkleinertes, wann ein gleich großes?
- 4) Zeichnen Sie den Strahlengang nach der geometrischen Strahlenoptik, wenn eine Linse als *Lupe* arbeitet.
- 5) Was für ein Bild entsteht bei einer Lupe?
- 6) Wie funktioniert das *Bessel-Verfahren*? Wie lautet die *Bessel-Gleichung*?
- 7) Warum muss beim Bessel-Verfahren der Abstand Gegenstand - Bild (Schirm) größer sein als die vierfache Brennweite der verwendeten Sammel-

linse?

- 8) Was für Bilder entwirft eine symmetrische, dünne Zerstreuungslinse?
- 9) Wohin wandert der Bildort, d.h. wie groß wird die Bildweite einer symmetrischen, dünnen Zerstreuungslinse, wenn die Gegenstandsweite unendlich wird?
- 10) Was versteht man unter dem Begriff *Hauptebene*?
- 11) Wie lautet die Gleichung für die Brennweite eines Linsensystems, bei dem der Abstand der Hauptebenen  $t$  beträgt?
- 12) Wieso ergibt sich aus der geometrischen Auftragung  $g(b)$  nach Aufgabe 2 aus dem Schnittpunkt der Geradenscharen die Brennweite  $f$  ?

## Versuch D 2: Linsenfehler

**1. Literatur:** Walcher, Praktikum der Physik  
 Gerthsen/Kneser/Vogel, Physik  
 Pohl, Optik und Atomphysik  
 Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik,  
 Bd. III, Optik

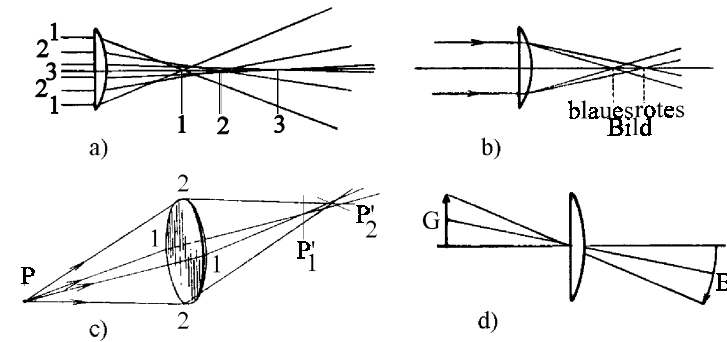
**Stichworte:** Lichtbrechung, Abbildungen durch dünne sphärische Linsen, achsennahe und achsenferne Strahlenbündel, dicke Linsen, Linsen- bzw. Abbildungsfehler: sphärische Aberration (Zonenfehler), Astigmatismus und Bildfeldwölbung, Koma und Verzeichnung, Chromatische Aberration (Farbfehler)

### 2. Grundlagen

Bei der Abbildung von Objekten durch Linsen treten eine Reihe von Fehlern auf, deren Ursachen bei der Herleitung der einfachen allgemeinen Abbildungsgleichungen unberücksichtigt bleiben oder vernachlässigt werden. So wird bei den einfachen Linsenformeln und Abbildungsgleichungen vorausgesetzt, dass es sich um sehr dünne Linsen handelt und die Abbildung durch schlanke, achsennahe Strahlenbündel geschieht. Ferner bleibt unberücksichtigt, dass die Lichtbrechung durch die Linse und damit ihre Brennweite von der Frequenz (Farbe) des Lichtes abhängt, so dass farbige Objekte durch einfache Linsen im allgemeinen nicht mehr einheitlich abgebildet werden können. Man unterscheidet deshalb grob *monochromatische* und *chromatische Abbildungsfehler*. Monochromatische Abbildungsfehler sind *sphärische Aberration*, *Astigmatismus*, *Bildfeldwölbung*, *Koma* und *Verzeichnung*. Chromatische Fehler (chromatische Aberration) beobachtet man als *Farbfehler* und *Farbsaumfehler*. Abb.1 zeigt schematisch die Wirkungen der wichtigsten Abbildungsfehler.

#### 2.1 Sphärische Aberration

Sphärische Linsen mit großem Durchmesser und starker Krümmung haben einen *Zonen-* oder *Öffnungsfehler*, die *sphärische Aberration*, die darauf beruht, dass achsennahe Strahlen und achsenferne Strahlen eines zur optischen Achse parallel einfallenden Bündels unter verschiedenen Einfallswinkeln auf die verschiedenen Linsenzonen fallen. Bei einer Sammellinse werden die Strahlen so gebrochen, dass achsenferne Strahlen die optische Achse in einem Punkt schneiden, der näher an der Linse liegt als der Brennpunkt, der zum Gebiet der achsennahen Strahlen (*paraxiales Gebiet*) gehört. Entsprechend schneiden sich auch bei einer Zer-



**Abb.1:** Schematische Darstellung der wichtigsten Abbildungsfehler:  
 a) sphärische Aberration, b) chromatische Aberration ( $n_{\text{blau}} > n_{\text{rot}}$ )  
 c) Astigmatismus, d) Bildfeldwölbung

streuungslinse die rückwärtig verlängert gedachten, gebrochenen achsenfernen Strahlen näher an der Linse als die achsennahen.

Zur Behebung des Zonenfehlers kann man demnach Sammell- und Zerstreuungslinsen in passender Auswahl zusammenstellen. Dabei ist eine Korrektur des Öffnungsfehlers nur für eine schmale Zone möglich und nur für einen bestimmten Objekt- und Bildabstand. So wählt man für ein Kamera- oder Fernrohrobjektiv einen unendlich fernen Objektpunkt (sehr große Gegenstandsweite), für ein Mikroobjektiv entsprechend einen sehr nahen Objektpunkt, der dicht vor dem objektseitigen Brennpunkt liegt (minimale Gegenstandsweite).

#### 2.2 Bildfeldwölbung und Astigmatismus

Bildet man Punkte eines Gegenstands ab, die in einer Ebene senkrecht zur optischen Achse und von ihr weit entfernt liegen, so ist ihre Gegenstandsweite (Abstand zum Zentrum der Linse) größer als die achsennahe Punkte des Gegenstands. Infolgedessen tritt eine Bildfeldwölbung auf, d.h. die Punkte werden nicht wieder auf einer Ebene sondern auf einer zur Linse hin gekrümmten Fläche abgebildet. Gleichzeitig tritt für achsenferne Punkte des Gegenstands Astigmatismus auf: Die brechende Wirkung der Linse ist für schräg zur optischen Achse einfallende Lichtstrahlen nicht mehr rotationssymmetrisch zum Haupt- bzw. Mittelpunktsstrahl. Der Punkt des Gegenstands wird nicht wieder in einen Punkt sondern bestenfalls in zwei zueinander senkrecht liegende Bildstriche mit unterschiedlichem Abstand zur Linse abgebildet (s. Abb. 1c). Daraus folgt z.B., dass



zur optischen Achse konzentrische Kreislinien des Gegenstands jeweils an einer anderen Stelle im Bildraum *scharf*, d.h. senkrecht zur Linienrichtung fokussiert abgebildet werden als radial von der optischen Achse ausgehende Linien des Gegenstands.

### 2.3 Koma und Verzeichnung

Der Punkt eines Gegenstandes, der stark seitlich von der optischen Achse liegt, wird durch eine Linse infolge eines asymmetrischen Öffnungsfehlers bei Verwendung von Blenden nicht wieder in einem Punkt abgebildet, sondern häufig in ein Lichtgebilde, das aus einem relativ scharfen Kern und einem von der optischen Achse wegweisenden kometenartigen Schweif besteht. Diese Erscheinung wird mit *Koma* bezeichnet. Eine *Verzeichnung* des Bildes liegt vor, wenn seine Randpartien entweder zu optischen Achse hin gestaucht oder auseinandergezogen sind (z.B. tonnen- bzw. kissenförmige Verzeichnung eines Quadrates). Dieser Abbildungsfehler entsteht durch die Einschränkung schräg zur optischen Achse verlaufender Strahlenbündel mittels Blenden. Diese werden benutzt, um wiederum andere Linsenfehler wie Astigmatismus und Bildfeldwölbung zu verringern.

### 2.4 Chromatische Aberration

Für die Brennweite  $f$  einer dünnen, bikonvexen sphärischen Linse mit dem Brechungsindex  $n$  und den Krümmungsradien  $r_1$  und  $r_2$  gilt:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

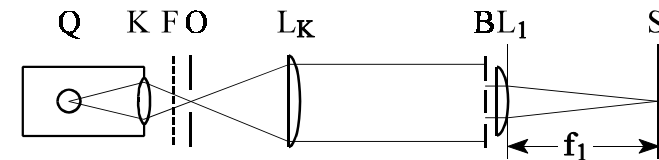
Da der Brechungsindex des Linsenmaterials i.a. von der Frequenz  $\nu$  bzw. der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes abhängt,  $n = n(\lambda)$ , ist mit Gl. (1) auch die Brennweite einer solchen Linse von der Lichtwellenlänge abhängig,  $f = f(\lambda)$ . Im Falle der sog. *normalen Dispersion*, d.h. für den Fall dass  $n$  mit wachsender Wellenlänge abnimmt, ist die Brennweite für blaues, kurzwelliges Licht geringer als für rotes, langwelliges (s. Abb. 1 b). Für einfache Linsen ist deshalb der Bildort mit einem *Farbort- oder Farbfehler* und das Bild mit einer Farbabweichung der Vergrößerung, dem *Farbsaumfehler* behaftet. Zur Vermeidung bzw. Verringerung solcher Fehler werden in hochwertigen Objektiven, sog. *Achromaten*, Linsen aus unterschiedlichen Materialien mit verschiedener Dispersion  $n(\lambda)$  verwendet.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie mit einem monochromatischen, parallelen Lichtstrahlenbündel und mittels verschiedener Zonenblenden mit Radius  $r$  die Brennweite  $f(r)$  einer Plankonvexlinse:
  - a) für die Stellung der Linse mit planer Fläche zur Lichtquelle,
  - b) für die Stellung mit gekrümmter Fläche zur Lichtquelle.
- 2. Aufgabe:** Stellen Sie  $f(r)$  für beide Linsenstellungen graphisch dar und bestimmen Sie die sphärische Aberration  $\Delta f = f(r) - f(0)$ . Begründen Sie die Ergebnisse.
- 3. Aufgabe:** Bestimmen Sie mit Hilfe des Bessel-Verfahrens im paraxialen (achsennahen) Gebiet mittels drei verschiedener Farbfilter die die Brennweite  $f(\lambda)$ , dh. die chromatische Aberration der Plankonvexlinse.
- 4. Aufgabe:** Stellen Sie die Funktion  $f(\lambda)$  und mittels Gl. (1) den Verlauf  $n(\lambda)$  graphisch dar.

### 4. Versuchsdurchführung

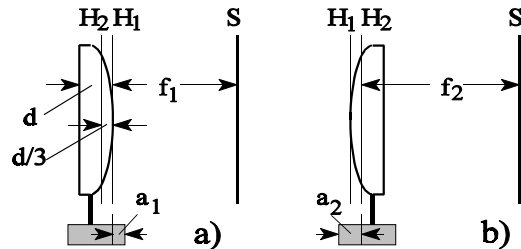
#### 4.1 u. 4.2 Sphärische Aberration



**Abb.2:** Versuchsaufbau mit Strahlengang zur Bestimmung der sphärischen Aberration: Q Lichtquelle, K Kondensator, F Filter, O Objekt,  $L_K$  Kollimatorlinse, B Zonenblende,  $L_1$  Versuchslinse, S Schirm

Abb. 2 zeigt den Versuchsaufbau auf einer optischen Bank zur Bestimmung der sphärischen Aberration. Zur Herstellung eines parallelen Lichtbündels wird zunächst die Kollimatorlinse  $L_K$  solange verschoben, bis sie auf dem Schirm einen Lichtfleck vom Durchmesser dieser Linse erzeugt, Zur gleichmäßigen Aus-

leuchtung empfiehlt es sich, vor die Objektblende O eine lichtzerstreuende Mattglasscheibe oder ein Stück Papier zu setzen. Man stelle darauf in den Parallelstrahlengang eine Kreisblende B und so dicht wie möglich dahinter die Versuchslinse  $L_1$ . Auf dem Schirm S wird das von  $L_1$  erzeugte Bild von O aufgefangen und durch Verschieben von S fokussiert. Die Positionen von  $L_1$  und S sind gemäß der Marken an den optischen Reitern zu notieren.



**Abb.3:** Lage der Hauptebenen  $H_1$  und  $H_2$  bzw. Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$  der Versuchslinse für Strahlengang a) von der planen zur konvexen, b) von der konvexen zur planen Linsenoberfläche

Zu beachten ist, dass diese Positionen i.a. nicht mit denen der optisch relevanten Ebenen übereinstimmen. Für die Linse  $L_1$  sind dies die Hauptebenen  $H_1$  und  $H_2$  (s. Abb. 3). Die Hauptebene  $H_1$  tangiert die konvexe Linsenoberfläche in ihrem Mittelpunkt (optische Achse). Diese Position wird relativ zur Reitermarkierung zweckmäßigerweise mit einem Lineal über den Abstand  $a_1$  zur Seitenkante des Linsenreiters bestimmt. Die Lage der Hauptebene  $H_2$ , relevant für die Stellung der um  $180^\circ$  gedrehten Linse hat den Abstand  $a_2$  zur gleichen Reiterkante. Dieser hängt auch von der Dicke  $d$  und dem Brechungsindex  $n$  der verwendeten Linse ab. Bei der im Versuch benutzten Linse ist der Abstand zwischen  $H_1$  und  $H_2$  ca.  $d/3$  und  $d = 20$  mm, so dass  $a_2 - a_1 = d/3 = 6,7$  mm. Bestimmen Sie ebenso die genaue Lage der Schirmoberfläche relativ zur Reitermarkierung des Schirms.

Für jede der beiden Linsenstellungen sind die Positionen von Linsenreiter und Schirm jeweils 5 mal zu bestimmen, wobei jedesmal der Reiter von  $L_1$  ein wenig verschoben wird. Ermitteln Sie hieraus und aus den oben gemachten Angaben die Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$ .

Führen Sie den Versuch für alle vorhandenen Zonenblenden durch und tragen Sie die ermittelten Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$  als Funktion des Radius  $r$  der Zonenblenden

auf. Dabei ist  $r$  nicht der arithmetische Mittelwert des äußeren und inneren Radius  $r_a$  bzw.  $r_i$  der Blende sondern der geometrische, der die Blendenfläche halbiert.

$$r = \sqrt{\frac{r_i^2 + r_a^2}{2}}$$

Tragen Sie  $f_1$  und  $f_2$  als Funktion von  $r$  auf und bestimmen Sie durch Extrapolation  $f_1(0)$  bzw.  $f_2(0)$  sowie die sphärische Aberration  $\Delta f_1(r)$  und  $\Delta f_2(r)$ .

Bestimmen Sie die absolute und relative Messunsicherheit (Standardabweichung des Mittelwertes) für  $f_{1,2}$  bzw.  $\Delta f_{1,2}$  aus den 5 Einzelmessungen von  $f$  für die jeweilige Linsenstellung und Zonenblende. Diskutieren Sie das Messergebnis im Rahmen der ermittelten statistischen und abgeschätzten systematischen Fehler bei der Bestimmung der Brennweiten. Nach der Theorie müsste  $f_1(0) = f_2(0)$  sein. Wenn dies nicht der Fall ist, liegt es vor allem an der sehr groben Einstellung des parallelen Strahlengangs. Deshalb werden auch alle Brennweiten  $f_{1,2}(r)$  mit einem großen systematischen Fehler behaftet sein, der sich jedoch bei der Differenzbildung  $\Delta f$  zum größten Teil aufhebt. Begründen Sie qualitativ die verschiedenen Ergebnisse für  $\Delta f_1$  und  $\Delta f_2$ .

### 4.3 u. 4.4 Chromatische Aberration

Man benutze einen Versuchsaufbau ähnlich Abb. 2. Zur Abbildung des Objekts wird jedoch nicht die Kollimatorlinse  $L_K$  sondern lediglich die Versuchslinse  $L_1$  (bzw.  $L_2$ , gedreht) in möglichst geringem Abstand zur Zonenblende für das paraxiale Gebiet verwendet. Legen Sie zunächst für  $L_1$  die konstante Entfernung  $s$  (Objekt - Schirm) fest und überprüfen Sie, ob bei zwei verschiedenen Einstellungen  $L^I$  und  $L^{II}$  die Linse ein reelles Bild erzeugt. Bestimmen Sie den Abstand  $e = L^I - L^{II}$  5 mal und berechnen Sie den Mittelwert von  $e$ .

Wiederholen Sie den Versuch mit den anderen zur Verfügung stehenden Farbfiltern. Führen Sie im Anschluss daran die gleichen Messungen für die um  $180^\circ$  gedrehte Linse ( $L_2$ ) durch.

Berechnen Sie aus  $s$  und  $e$  mit der Besselschen Gleichung (s. Versuch D1) die Brennweiten  $f_{1,2}$  und tragen Sie  $f_1$  sowie  $f_2$  über der Wellenlänge  $\lambda$  der benutzten Farbfilter auf.

Berechnen Sie für beide Linsenstellungen  $L_{1,2}$  und die benutzten Farbfilter die Messunsicherheit für  $e$  aus den jeweils 5 Einzelmessungen. Ermitteln Sie hieraus und zusammen mit einem Fehler  $\Delta s = \pm 2$  mm den absoluten und relativen Größtfehler

von  $f_{1,2}$ . Tragen Sie den absoluten Größtfehler als Fehlerbalken in das Diagramm  $f_{1,2}(\lambda)$  ein.

Bestimmen Sie mit Gl. (1) und dem Krümmungsradius  $r = 8,3$  cm für die verwendete Linse aus den Messergebnissen  $f_{1,2}(\lambda)$  den Verlauf  $n(\lambda)$  und tragen Sie diesen wie die Brennweiten  $f$  über  $\lambda$  auf.

### 5. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Nennen Sie die wichtigsten Abbildungsfehler einfacher Linsen.
- 2) Beschreiben Sie die Erscheinungsform der *sphärischen Aberration*. Wie kann dieser Linsenfehler klein gehalten werden?
- 3) Wie macht sich der *Astigmatismus* bei der Abbildung bemerkbar. Welche Form einer Linse ist geeignet, diesen Fehler zu korrigieren?
- 4) Was versteht man unter dem *paraxialem Gebiet* des Strahlengangs einer Abbildung?
- 5) Was versteht man unter *Verzeichnung* einer Abbildung und wie kommt sie zustande?
- 6) Was ist *die Dispersion* des Lichtes? Welche Abbildungsfehler verursacht sie? Wie können diese verringert oder beseitigt werden?
- 7) Bei welchen optischen Bauelementen treten Dispersion und durch sie bedingte Abbildungsfehler nicht auf?

## Versuch D 4: Lichtelektrischer Effekt

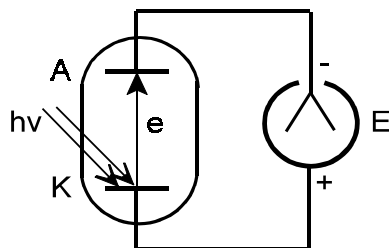
**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III: Optik  
 Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
 Pohl, Bd. 3: Optik u. Atomphysik

**Stichworte:** Welle-Teilchen-Dualismus von Licht: Licht als elektromagn. Welle, Feldvektoren, Intensität; Lichtquantenhypothese, Lichtteilchen, Photonenenergie, -impuls, -masse, Plancksche Konstante, Photoeffekt, Photozelle, Potenzialtopfmodell, Austrittsarbeit, Fermi-Energie, Kontaktspannung

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Lichtelektrischer Effekt

Werden Metalle mit Licht bestrahlt, so kann man feststellen, dass sie Elektronen freisetzen. Sind z.B. zwei Metallelektroden, Kathode und Anode, (vorzugsweise) in einem evakuierten Behälter gegenüberstehend angebracht und wird die Kathode mit Licht bestrahlt, emittiert diese Elektronen an die Anode. Sie lädt sich dabei soweit positiv auf, bis eine Grenzspannung  $U_0$  (von einigen Volt) zwischen Anode und Kathode erreicht ist, die infolge des erzeugten Bremsfeldes einen weiteren Ladungsfluss verhindert (s. Abb. 1).



**Abb. 1:**  
 Lichtelektrischer Effekt schematisch:  
 K: Photokathode  
 A: Anode  
 hv: Licht  
 e: Photoelektron  
 E: Elektrometer

Dieser (äußere) *lichtelektrische* oder *Photo-Effekt* wurde bereits durch frühe Versuche von Hertz und Hallwachs (1887) nachgewiesen. Weitergehende Experimente von Lenards (1902) ergaben, dass die Grenzspannung unabhängig von der Intensität des bestrahlenden Lichts ist, d.h. die kinetische Energie der aus der Kathode abgelösten Elektronen nicht von der Lichtintensität abhängt. Dieses Verhalten lässt sich im Rahmen der klassischen Theorie elektromagnetischer

Wellen nicht erklären, da mit steigender Lichtintensität auch das die Elektronen beschleunigende elektrische Feld des Lichts anwächst.

Planck konnte 1900 die *Temperaturstrahlung* eines schwarzen Körpers (s. Versuch D8, Temperaturstrahlung) korrekt beschreiben, indem er annahm, dass der Energieaustausch zwischen den in der Materie schwingenden Atomen bzw. Molekülen und dem elektromagnetischen Lichtfeld nicht kontinuierlich sondern in kleinsten der Lichtfrequenz  $\nu$  proportionalen Energiebeträgen sog. *Energiequanten*

$$E = h\nu \quad (1)$$

erfolgt. Die Proportionalitätskonstante  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ Ws}^2$  ist die Plancksche (Wirkungs)Konstante.

Einstein hatte 1905 die *Lichtquantenhypothese* aufgestellt, welche besagt, dass Licht selbst aus Lichtteilchen, sog. *Photonen* besteht, welche die Energie  $E = h\nu$  haben. Den Photoelektronen wird bei der Lichtabsorption die Photonenenergie übertragen, d.h. der Energieaustausch zwischen Licht und Materie findet generell in Lichtquanten der Energie  $h\nu$  statt. Diese zunächst durchaus skeptisch betrachtete Hypothese haben genauere Versuche zum Photo-Effekt von Millikan (1914) bestätigt. Er fand insbesondere, dass ein Photostrom - unabhängig von der Intensität des Lichts - nur für Frequenzen oberhalb einer Grenzfrequenz  $\nu_a$  stattfindet, welche vom Material der Elektroden abhängt.

Diese und andere Experimente, nämlich die Emission von Metallelektroden durch Temperatur (s. Versuch C12: *Kennlinien von Elektronenröhren*) und elektrische Felder (sog. *Feldemission*) stellen klar, dass die Leitungselektronen zur Ablösung aus dem Metall eine materialspezifische Energie, die Austrittsarbeit  $W$  benötigen. Im Falle des Photo-Effekts, also der Bestrahlung mit Licht der Frequenz  $\nu$  beträgt die (maximale) kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  der freigesetzten Elektronen

$$E_{\text{kin}} = h\nu - W \quad (2)$$

Die Energie  $E_{\text{kin}}$  der Elektronen geteilt durch die Elementarladung entspricht gerade der eingangs erwähnten Grenzspannung  $U_0$  zwischen Anode und Kathode, also

$$eU_0 = h\nu - W = h(\nu - \nu_a) = h\nu - eU_a \quad (3)$$

Aus Gl. (3) wird zum einen ersichtlich, dass Elektronen für Lichtfrequenzen  $\nu < \nu_a$  nicht aus dem Metall austreten können. Zum anderen kann man Gl. (3) umformen,

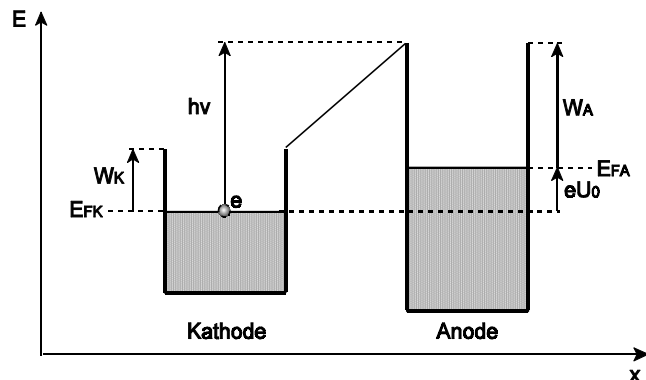
so dass

$$U_0 = \frac{h}{e} \nu - U_a \quad (4)$$

Bestimmt man die Spannung  $U_0$  für verschiedene Lichtfrequenzen  $\nu$ , erhält man aus der Auftragung  $U_0(\nu)$  eine Gerade mit der Steigung  $h/e$  und dem Achsenabschnitt  $-U_a$ . Es lässt sich also aus dem linearen Zusammenhang  $U_0(\nu)$  viel einfacher als über die Temperaturstrahlung die Plancksche Konstante  $h$  bestimmen.

Die Bestimmung der Planckschen Konstanten aus dem Photoeffekt ist die Aufgabe des vorliegenden Experiments. (Vergl. auch:  $h$ -Bestimmung aus der kurzwelligen Kante des Bremsspektrums von Röntgenstrahlen; Versuch B10, Versuch mit Röntgenstrahlen).

Bei der Größe  $eU_a$  in Gl. (3) handelt es sich jedoch nicht, wie Gl. (2) vermuten lässt, um die Austrittsarbeit  $W_K$  der Kathode sondern um die Austrittsarbeit  $W_A$  der Anode, weil sich zwischen Anode und Kathode die sog. *Kontaktspannung*  $U_K = (W_A - W_K)/e$  einstellt. Die Energieverhältnisse zwischen den beiden Elektroden werden im Potenzialtopfmodell (Abb. 2) verdeutlicht. (Vergl. auch Versuch C12, Kennlinien von Elektronenröhren).

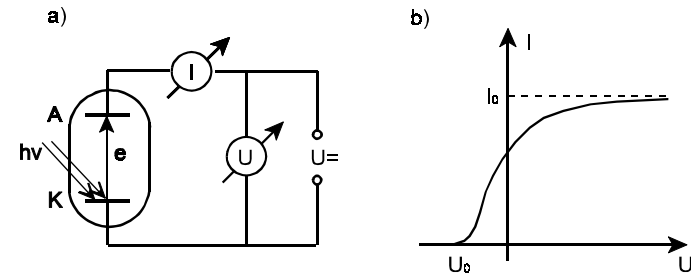


**Abb. 2:** Potenzialtopfmodell zu den Energieverhältnissen beim lichtelektrischen Effekt:  $E_{FK}$ ,  $E_{FA}$ ;  $W_K$ ,  $W_A$ : Fermi-Energien  $E_F$  bzw. Austrittsarbeiten  $W$  der Kathode und Anode

Das Potenzialtopfmodell beschreibt die energetischen Verhältnisse der Leitungselektronen in Metallen. Ihre Energiezustände sind für die Temperatur  $T = 0$  bis zu einer Maximalenergie, der sog. *Fermienergie*  $E_F$  besetzt, oberhalb  $E_F$  unbesetzt. Die Verhältnisse sind bei Raumtemperatur ( $T = 300$  K) nicht wesentlich geändert. Damit ein Elektron den Potentialtopf, d.h. das Metall verlassen kann, muss ihm mindestens die Energie  $W$ , die Austrittsarbeit des Metalls zugeführt werden.  $W$  beträgt ca. 2 eV für Alkalimetalle und ca. 4 - 5 eV für viele Übergangsmetalle. Zum Vergleich dazu sind die Photonenenergien für rotes Licht:  $h\nu(650\text{nm}) \approx 1,9$  eV; für blaues Licht:  $h\nu(450\text{nm}) \approx 2,8$  eV.

Sind Kathode und Anode z. B. über einen Spannungsmesser  $U$  in leitendem Kontakt, so sind für den spannungslosen Zustand die Fermi-Niveaus auf gleicher Höhe, bei einer Spannung  $U_0$  um die Energie  $eU_0$  verschoben. Aus Abb. 2 wird ersichtlich, dass die Energie  $W$  in Gl. (2) und (3) (für den hier vorliegenden Fall  $W_K \leq W_A$ ) die Austrittsarbeit  $W_A$  der Anode ist.

Wird an die wie in Abb. 1 beschriebene Photozelle eine variable Gleichspannung  $U$  angeschlossen, lässt sich der Photostrom  $I(U)$  der Zelle bestimmen. Das Schaltbild zeigt Abb. 3a, den typischen Verlauf der Kennlinie  $I(U)$  für monochromatisches Licht zeigt Abb. 3b.



**Abb. 3:** a) Schaltbild zur Bestimmung der Kennlinie  $I(U)$  einer Photozelle, b) typischer Kennlinienverlauf

Man beobachtet, dass der Photostrom  $I$  für eine genügend hohe Lichtfrequenz  $\nu$  (bzw. genügend kleine Austrittsarbeit  $W_A$  der Anode) bei der negativen Spannung  $U_0$  einsetzt und für Spannungen  $U > U_0$  zunächst  $\sim (U - U_0)^2$  anwächst und bei weiter steigender Spannung einem Sättigungswert  $I_0$  zustrebt. Der Verlauf der Kennlinie ist für  $U > U_0$  von der Intensität des auf die Kathode treffenden Lichts

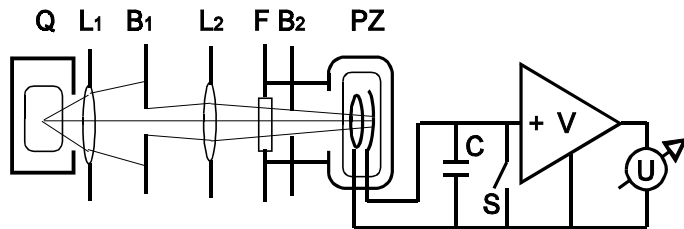
abhängig: Je höher die Lichtintensität, desto größer ist der Sättigungsstrom  $I_0$ .

Anmerkung: Abhängig von der Beleuchtung der Photozelle kann auch für Spannungen  $U < U_0$  ein geringer negativer Photostrom auftreten. Dieser rührt von Elektronen der Anode her, welche durch direkte Bestrahlung oder Lichtreflexion der Kathode austreten und zur Kathode hin beschleunigt werden.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie durch Messung der Ladespannung eines an eine Fotozelle angeschlossenen Kondensators die Grenzspannung  $U_0$  für verschiedene Wellenlängen des Lichts einer Hg-Dampf Lampe.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie aus der Auftragung  $U_0(\nu)$  der Messergebnisse der ersten Aufgabe die Plancksche Konstante  $h$ .
- 3. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Kennlinien  $I(U)$  der Photozelle für die gleichen Wellenlängen des Hg-Lichts wie in der ersten Aufgabe.
- 4. Aufgabe:** Bestimmen Sie aus Auftragungen  $I^{1/2}(U)$  für jede Wellenlänge durch Extrapolationen die Grenzspannung  $U_0$  und daraus wie zuvor die Plancksche Konstante  $h$ .

### 4. Versuchsaufbau



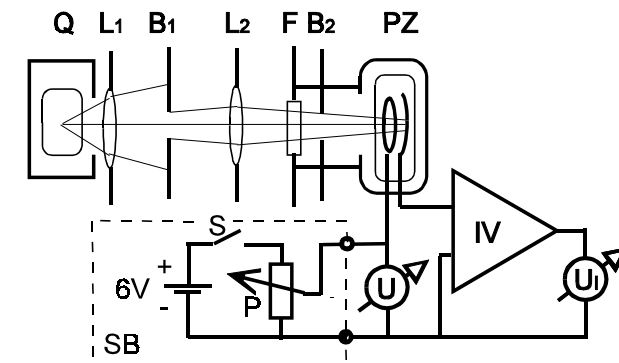
**Abb. 4:** Versuchsaufbau zur  $h$ -Bestimmung mit dem Elektrometervverstärker; Q Hg-Dampf Lampe,  $L_{1,2}$  Sammellinsen,  $B_{1,2}$  Blenden, F Farbfilter, PZ Photozelle, C Kondensator, S Schalter, V Elektrometervverstärker, U Spannungsmesser

Den Versuchsaufbau zur 1. Aufgabe zeigt Abb. 4 schematisch: Das von der Hg-Dampf Lampe ausgehende Licht wird durch Linsen gebündelt und Blenden begrenzt. Es durchläuft ein Filtrerrad, auf dem sich vier verschiedene dem Hg-Spektrum entsprechende Filter befinden, die durch Drehen des Rades abwechselnd in den Lichtstrahl gebracht werden können. Das gefilterte Licht trifft auf die Kathode der Photozelle, welche aus einer mit Kalium bedeckten oxidierten Silberschicht besteht. Die Anode ist ringförmig und besteht aus Wolfram-Iridium. Damit die Zelle für sichtbares Licht funktionieren kann, muss sich allerdings auch etwas Kalium (mit kleiner Austrittsarbeit  $\approx 2$  eV) auf der Anode befinden. Kathode und Anode sind mit einem Kondensator (100 pF) verbunden, der mit einem Schalter kurzgeschlossen werden kann.

Die Kondensatorspannung  $U$  wird mit einem Elektrometer-Verstärker gemessen, der als Impedanzwandler arbeitet. Der Eingang ist sehr hochohmig, der Ausgang niederohmig, die Verstärkung ist 1.

Fällt bei geöffnetem Schalter Licht auf die Kathode, lädt der Photostrom den Kondensator solange auf, bis die Kondensatorspannung der Grenzspannung  $U_0$  entspricht und kein weiterer Photo- bzw. Ladestrom fließt.

Die für Aufgabe 3 zur Bestimmung der Kennlinien  $I(U)$  geänderte Schaltung zeigt Abb. 5:



**Abb. 5:** Versuchsaufbau zur Bestimmung der Kennlinien  $I(U)$  der Photozelle PZ; SB Spannungsbox mit Batterie 6V, Schalter S, Potentiometer P; Stromverstärker IV mit Spannungsmesser  $U_1$

Die Spannungsbox SB liefert eine bei eingeschaltetem Schalter S mit dem Potentiometer P einstellbare Spannung U. Mit einem Stromverstärker IV und nachgeschaltetem Spannungsmesser U<sub>1</sub> wird der Photostrom I(U) bestimmt. Für Spannungen U mit anderer Polarität ist die Spannungsbox entsprechend umzupolen.

## 5. Versuchsdurchführung und Auswertung

### 5.1 1. und 2. Aufgabe

Bauen sie den Versuch gem. Abb. 4 auf. Mit dem Koaxialstecker wird die Kathode der Photozelle mit der entsprechenden Buchse am Elektrometereingang verbunden. Die am Verstärker an Masse liegende Abschirmung des Kabels ist auch mit dem Lampengehäuse verbunden. Sie stellt eine zum Kondensator C zusätzliche Kapazität dar. Die Ringanode der Photozelle wird mit beiden Kabeln an der Masse-Seite des Verstärkereingangs angeschlossen. Stellen Sie sicher, dass insbesondere das Kathodenkabel während der Messungen nicht bewegt wird (hiebei entstehen Fehlerströme durch Reibungselektrizität und Kapazitätsänderungen).

Nach dem Einschalten des Netzgerätes für die Hg-Lampe ist vor Beginn der Messung ca. 5 min. zu warten, bis die Lampe erwärmt ist und hell strahlt. Der Messverstärker zur Bestimmung der Kennlinien (3. Aufgabe) ist ebenfalls schon einzuschalten. Er sollte zur Stabilisierung mindestens eine Viertelstunde warmlaufen (Standby-Betrieb, Stromwahlschalter auf Null).

Justieren Sie die Blenden so, dass B<sub>1</sub> eine Öffnung ca. 15 mm Ø hat (Blendenmarke auf ca. 13.30h in Strahlrichtung gesehen) und B<sub>2</sub> eine Öffnung von ca. 6 mm Ø (ca. 14.30h). Es sollte nur wenig Licht auf die Mitte der Kathode fallen, damit die Ringanode nicht beleuchtet wird.

Die verwendeten Filter sind Interferenzfilter für die sichtbaren Spektrallinien des Hg-Spektrums. Ihre Daten sind in der unten folgenden Tabelle zusammengefasst.

Die Transmission der Filter außerhalb der angegebenen Bereiche ist < 0,01 %, also vernachlässigbar klein. Ist das Filterrad so gestellt, dass das Licht ungefiltert hindurchgeht, hat die Hg-Spektrallinie im UVA mit  $\lambda = 365$  nm die höchste Photonenenergie.

Schließen Sie vor jeder Messung den Schalter S (Abb. 4). Kontrollieren Sie die Anzeige des Spannungsmessers. Dieser sollte im Messbereich (2V) digital Null anzeigen; andernfalls ist die Offsetspannung des Elektrometerverstärkers zu justieren.

Wellenlänge (nm)	Halbwertsbreite (nm)	max. Transmission (%)	Farbe
578 ± 2	9,8	> 50	gelb
546 ± 2	10,3	> 54	grün
436 ± 2	8,3	> 40	blau
405 ± 2	10,8	> 30	violett
ohne Filter: 365	-	-	UVA

Beginnen Sie die Messung der Grenzspannung U<sub>0</sub> mit dem Filter der Wellenlänge 578 nm. Warten Sie nach Öffnen des Schalters 2 min. (Stoppuhr) bis zur Notierung der Grenzspannung U<sub>0</sub>. Wechseln Sie nach Schließen des Schalters den Filter und setzen Sie die Messung mit dem Filter der jeweils nächst niedrigeren Wellenlänge entsprechend fort. Bestimmen Sie abschließend die Grenzspannung für das ungefilterte Licht des Hg-Spektrums ( $\lambda = 365$  nm).

Wiederholen Sie anschließend die Messreihe der Grenzspannungen U<sub>0</sub>. Die Ergebnisse sollten um weniger als 10 % von der vorhergehenden Messung abweichen. Andernfalls ist die Messreihe ein weiteres Mal zu wiederholen.

Tragen Sie in der Auswertung die aus den Messreihen gebildeten Mittelwerte U<sub>0</sub> der Grenzspannungen über den Lichtfrequenzen  $\nu$  auf. Markieren Sie die Fehler der Frequenzen (entsprechend den Halbwertsbreiten der Wellenlängen gemäß Tabelle) sowie der Spannungen U<sub>0</sub> (entsprechend der Differenzen der Messreihen) durch horizontale sowie vertikale Fehlerbalken. Bestimmen Sie durch Ausgleichsgeraden U<sub>0</sub>( $\nu$ ) die Steigung der Geraden und daraus mit Gl. (4) die Plancksche Konstante h sowie die eff. Austrittsarbeit W<sub>A</sub> der Anode. Schätzen Sie die (statistischen) Fehler der Messung mittels Geraden durch die Messpunkte mit (plausibler) maximaler bzw. minimaler Steigung ab.

### 5.2 3. und 4. Aufgabe

Bauen Sie den Versuch gem. Abb. 5 auf. Das Kathodenkabel ist an der I-Buchse anzuschließen, die Kabel der Ringanode über die Spannungsbox und das Voltmeter an die eingangsseitige Masse des Verstärkers. Der Verstärker ist auf den Bereich 10<sup>-8</sup> A einzustellen (1V der Ausgangsspannung U<sub>1</sub> entspricht 10<sup>-8</sup> A).

Beginnen Sie wie die Abb. zeigt mit der Bestimmung der Kennlinien in

Flussrichtung. Das Potentiometer an der Spannungsbox ist auf Null zu stellen, der Schalter einzuschalten. Der Lichtstrahl auf die Fozelle wird zunächst unterbrochen und die Ausgangsspannung  $U_1$  am Verstärker mit dem Offsetregler so gut es geht auf Null gestellt. Die Restspannung  $U_{IR}$  ist zu notieren und später von den Messdaten abzuziehen.

Bestimmen Sie die Kennlinien  $U_1(U)$  bzw.  $I(U)$  bei 0 V beginnend in Schritten von ca. 0,2 V bis 3 V für alle vier Filter. Die Aufnahme der Kennlinie ohne Filter ist für positive Spannungen wenig sinnvoll, da sich die Beiträge der verschiedenen Spektrallinien überlagern.

Nehmen Sie nach Umpolen der Spannungsbox die Kennlinien für alle Filter sowie auch ohne Filter in Sperrichtung auf. Bestimmen Sie wieder bei 0 V beginnend nun in Schritten von ca. -0,1 V  $U_1(U)$  bzw.  $I(U)$  soweit zu negativen Spannungen, bis  $U_1$  sich mindestens in einem Spannungsintervall von ca. 0,5 V nicht mehr ändert. Prüfen Sie auch hier, ob bei Unterbrechung des Lichtstrahls die Spannung  $U_{IR}$  angezeigt wird. Ist dies nicht der Fall, so fließt für genügend große negative Spannungen wahrscheinlich ein Photostrom von der Anode. Die diesem (konstanten) Strom entsprechende Spannung ist von den Messdaten ebenfalls abzuziehen.

In der Auswertung ist also zunächst der für alle Filter-Wellenlängen wie beschrieben für positive und negative Spannungen korrigierte Strom  $I$  im Intervall zwischen -2 V und +3 V zu bestimmen. Danach ist für alle Wellenlängen zusammen in einem Graphen  $(I/I_0)^{1/2}$  über  $U$  aufzutragen ( $I_0 = 10^{-8}$  A). Benutzen Sie für jede Wellenlänge ein verschiedene Messpunkt-Symbole. Bestimmen Sie mittels Ausgleichsgeraden durch die jeweiligen Messpunkte die Grenzspannungen  $U_0(\lambda)$ . (Als Voraussetzung hierfür muss  $I^{1/2}$  in einem Spannungsintervall oberhalb  $U_0$  tatsächlich proportional zu  $U$  sein!). Die Messergebnisse für die ungefilterte Strahlung können nur unmittelbar in der Umgebung von  $U_0$  ausgewertet werden. Warum? Schätzen Sie die Fehler für die extrapolierten  $U_0$ -Werte ab.

Tragen Sie wie in der Auswertung der ersten Aufgabe  $U_0(v)$  auf und bestimmen Sie die Plancksche Konstante  $h$ . Schätzen Sie wie zuvor den Fehler von  $h$  aus dem Fehler der Ausgleichsgeraden ab. Vergleichen Sie das Ergebnis für  $h$  der zweiten und vierten Aufgabe mit dem Literaturwert. Diskutieren Sie mögliche Fehler bei der Durchführung und Auswertung Ihres Experiments.

## 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) In welchen Experimenten zeigt das Licht Welleneigenschaften, in welchen Teilcheneigenschaften? Nennen sie Beispiele für den Welle-Teilchen-Dualismus des Lichts.
- 2) Nennen Sie charakteristischen Größen zur Beschreibung einer klassischen Lichtwelle und beschreiben Sie ihren Zusammenhang.
- 3) Beschreiben Sie den (äußeren) lichtelektrischen Effekt (Photoeffekt) wie er z.B. mit einer Fozelle beobachtet werden kann. Beschreiben Sie in diesem Zusammenhang den Kennlinienverlauf  $I(U)$  einer Fozelle.
- 4) Welche Beobachtungen des Effekts können nicht durch die klassische Theorie des Lichts als elektromagnetische Welle beschrieben werden?
- 5) Welche Aussage macht die von Einstein aufgestellte Lichtquanten-hypothese?
- 6) Welche Experimente erlauben über den vorliegenden Versuch hinaus die Bestimmung der Planckschen Konstante  $h$ ?
- 7) Welche Materialgröße kann mit einer Fozelle im Prinzip aus der Frequenzabhängigkeit der Grenzspannung bestimmt werden?
- 8) Beschreiben Sie die Begriffe Austrittsarbeit, Fermienergie und Kontaktspannung von Metallen anhand des Potentialtopfmodells.



## Versuch D 5: Spektralanalyse

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3: Optik  
 Pohl, Optik und Atomphysik  
 Walcher, Praktikum der Physik

**Stichworte:** Prismenspektrometer, Gitterspektrometer, Emissionsvermögen von Gasen, Beugung, Dispersion, Brechungsgesetz

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Linienspektrum

Das einfachste und bekannteste Modell, das Aufschluss über den mikroskopischen Bau der Atome gibt, ist das *Bohrsche Atommodell*. Dieses Modell, von Bohr zunächst für das Wasserstoffatom aufgestellt, verbindet die Gesetze der klassischen mit denen der Quantenmechanik. Ähnlich wie in einem mikroskopischen Planetensystem kreisen im Atom die Elektronen auf festen Bahnen um den Atomkern, d.h. es sind für die Elektronen energetisch nur bestimmte, feste Bahnen erlaubt (Quantenzustände). Die Energie dieser Zustände nimmt mit zunehmender Entfernung von Atomkern zu, der energetische Abstand jeweils benachbarter Bahnen jedoch ab.

Will man ein Elektron z.B. von der innersten Bahn, auf der es die Energie  $E_1$  besitzt, auf die (energetisch) nächst höhere Bahn mit der Energie  $E_2$  bringen, so ist dazu ein definierter Energieaufwand  $\Delta E = E_2 - E_1$  notwendig. Umgekehrt wird diese Energiedifferenz frei, wenn das Elektron von der zweiten auf die erste Bahn zurückfällt. Die freigesetzte Energie wird dabei als Lichtwelle nach außen abgestrahlt, wobei das Licht eine bestimmte Frequenz  $\nu$  hat, die durch die Beziehung  $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$  gegeben ist;  $h$  ist das Plancksche Wirkungsquantum ( $h = 6,625 \times 10^{-34} \text{ W s}^2$ ). Mit der Beziehung  $\lambda = c/\nu$  ist damit auch die Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts festgelegt, da die Lichtgeschwindigkeit  $c$  eine Konstante ist. (Wie groß ist  $c$  ?).

Atome, die schwerer als das H-Atom sind, d.h. deren Kerne mehr positive Ladung (Protonen) (und auch Neutronen) aufweisen, besitzen (aus Neutralitätsgründen) auch mehr Elektronen. Diese verteilen sich im Atom nach bestimmten Gesetzen auf feste Bahnen, welche in Schalen um den Atomkern angeordnet sind. Die energetische Lage der Bahnen ändert sich dabei von Element zu Element. Dies bedeutet, dass bei Übergängen der Elektronen zwischen den Bahnen von Element zu Element ganz verschiedene und damit für ein Element jeweils charakteristische

Lichtwellen (Linien auf der Spektralskala) ausgesandt werden. Erfolgen Übergänge zwischen mehreren Niveaus gleichzeitig, so wird ein elementtypisches sog. *Linienspektrum* ausgestrahlt. Man beachte noch, dass Übergänge zwischen Energieniveaus, die mit Elektronen voll besetzt sind, nicht erfolgen können. Bei den optischen Linienspektren hat man es mit Übergängen von Elektronen in den äußersten (unbesetzten oder nur teilweise besetzten) Schalen der Atome zu tun. Die Wellenlängen des ausgestrahlten Lichts liegen dabei im sichtbaren Spektralbereich (400-800 nm) oder im angrenzenden Gebiet (infrarot, ultraviolett).

Wie man experimentell Gase (oder Dämpfe) zum Leuchten, d.h. Aussenden der charakteristischen Linien bringt, ist z.B. von den Neonreklameröhren her bekannt. Man bringt das Gas (Dämpfe von Flüssigkeiten oder verdampften Feststoffen) in eine evakuierte Röhre unter nicht zu hohem Druck ein und legt eine Hochspannung an. Durch Stöße mit Ionen und Elektronen werden die Gasatome *angeregt*, d.h. ihre Elektronen auf energetisch höhere Niveaus angehoben. Beim Zurückfallen auf die ursprünglichen Niveaus werden dann die charakteristischen Linien ausgesandt.

Zur Analyse ist es notwendig, das von den Gasatomen ausgesandte Licht nach seinen Spektralfarben zu selektieren. Dieses kann mit Hilfe eines optischen Gitters erfolgen, an dem das Licht gebeugt und durch konstruktive Interferenz in verschiedenen Richtungen, nach Farben sortiert, abgestrahlt wird. Häufiger

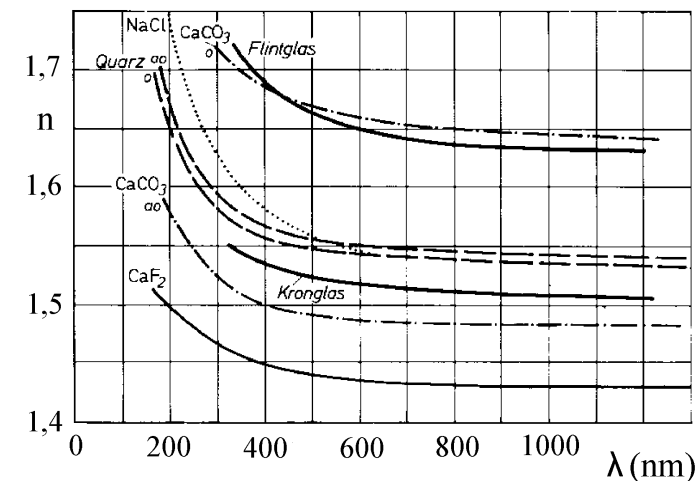


Abb.1: Dispersionskurven  $n(\lambda)$  für verschiedene Prismenmaterialien

verwendet man jedoch für spektralanalytische Untersuchungen *Prismenspektrometer*, die zur Selektion der Spektralfarben die *Dispersion* des Lichtes durch das Prisma nutzen. Hierbei wird Licht unterschiedlicher Farbe (Frequenz) vom Prisma verschieden stark gebrochen. Die Abhängigkeit der Brechzahl  $n$  von der Frequenz  $\nu$  bzw. Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes ist für das jeweilige Prisma charakteristisch (siehe Dispersionskurven, Abb.1). Nimmt man für ein bestimmtes Prisma den Verlauf  $n(\lambda)$  mit einem bekannten Spektrum einmal auf (Eichkurve), lassen sich aus dieser Kurve die Frequenzen (das Linienspektrum) einer nicht bekannten Lichtquelle ablesen, wenn man ihre jeweiligen Brechzahlen bestimmt hat.

Die Brechzahl  $n(\lambda)$  zeigt für viele Prismengläser im sichtbaren Bereich des Spektrums (400-800 nm) die sog. *normale* Dispersion. In diesem Fall nimmt  $n$  mit wachsender Wellenlänge  $\lambda$  ab (s. Abb. 1). Dieser Zusammenhang ergibt sich aus der frequenzabhängigen elektronischen Polarisierbarkeit der Atomhüllen des Prismenglases, welche durch das eindringende Licht zu erzwungenen Schwingungen angeregt werden.

## 2.2 Prismenspektrometer

Den prinzipiellen Aufbau eines Prismenspektrometers zeigt Abb.2. Das zu untersuchende Licht der Lichtquelle beleuchtet einen Spalt. Das von dort ausgehende divergente Lichtbündel durchläuft das Spaltrohr, fällt als Parallelstrahl in ein Prisma und tritt nach der Dispersion in ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr. In der Brennebene des Fernrohrobjektivs entstehen so nebeneinander angeordnete Spaltbilder (Spektrallinien), die für die Lichtquelle charakteristisch sind. Ihre Lagen  $s$  auf einer horizontalen Skala sind ein Maß für den Brechungswinkel im Prisma und über die Dispersion  $n(\lambda)$  von der Wellenlänge des Lichts abhängig. Anstatt in der Brennebene eine Skala direkt anzubringen, wird mittels des Skalenrohres das reelle Bild einer Skala in den Strahlengang projiziert.

Das Prismenspektrometer ist für eine absolute Wellenlängenmessung nicht geeignet. Die Skala muss deshalb mit Spektrallinien bekannter Wellenlänge geeicht werden. Dazu dient z.B. eine Heliumlampe. Durch die Auftragung der ermittelten Skalenteile  $s_i$  über einer geeigneten Funktion der bekannten Wellenlängen  $\lambda_i$  des Heliumlichtes erhält man eine Eichkurve (Winkeldispersionskurve). Mit deren Hilfe können die Wellenlängen der Spektren unbekannter Stoffe ermittelt und damit diese Stoffe analysiert werden. Die Winkeldispersion  $s(\lambda)$  ist sowohl von der Dispersion  $n(\lambda)$  als auch der Form des Prismas und der Justierung des Spektrometers abhängig. Die genaue Kenntnis dieses Zusammenhangs ist für die im vorliegenden Versuch durchzuführenden Analysen nicht notwendig.

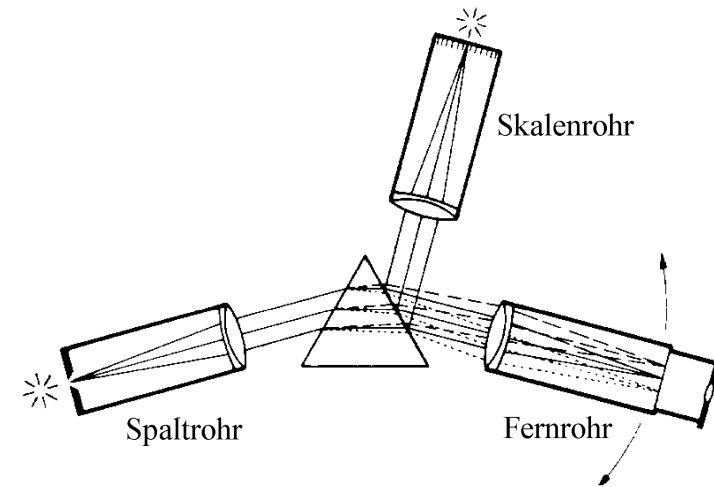


Abb.2: Prismenspektrometer

Eine für den Versuch geeignete Funktion  $s(\lambda)$  zur Eichung des Spektrometers stellt die (empirische) linearisierte sog. *Hartmannsche Dispersionsformel*, Gl. (1) dar:

$$s = s_0 + \frac{A}{\lambda - \lambda_0} \quad (1)$$

Die Konstanten  $s_0$ ,  $A$  und  $\lambda_0$  sind durch 3 Wertepaare  $s_i$ ,  $\lambda_i$  aus dem Linienspektrum der Eichsubstanz (Helium) festgelegt. Man erhält  $s_0$  und  $\lambda_0$  aus den Beziehungen:

$$s_0 = \frac{\sum s_i \lambda_i (s_j - s_k)}{\sum \lambda_i (s_j - s_k)} \quad i, j, k = 1, 2, 3 \text{ u. zyklisch} \quad (2)$$

$$\lambda_0 = \frac{\sum \lambda_i s_i (\lambda_j - \lambda_k)}{\sum s_i (\lambda_j - \lambda_k)} \quad i, j, k = 1, 2, 3 \text{ u. zyklisch} \quad (3)$$

Die Konstante  $A$  kann entweder durch Einsetzen von  $s_0$  und  $\lambda_0$  sowie eines Wertepaares  $s_i$ ,  $\lambda_i$  in Gl. (1) oder aus der Steigung der Eichgeraden ermittelt werden, die man aus der Auftragung  $s - s_0$  über  $(\lambda - \lambda_0)^{-1}$  erhält.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Ermitteln Sie mit Hilfe der im Fernrohr des Prismenspektrometers abgebildeten Skala die Lagen  $s$  der sichtbaren Spektrallinien des Heliums und ordnen Sie diese mittels der Spektraltafel (Tab. 1) den entsprechenden  $\lambda$ -Werten zu.
- 2. Aufgabe:** Berechnen Sie mit den Ergebnissen der 1. Aufgabe die Konstanten der Hartmannschen Dispersionsformel, Gl. (1), tragen Sie die beobachteten Skalenteile  $s$  gegen  $(\lambda - \lambda_0)^{-1}$  für die entsprechenden Wellenlängen des Heliums auf und verbinden Sie die Messpunkte durch eine Gerade (Eichgerade).
- 3. Aufgabe:** Nehmen Sie die Emissionsspektren zweier Substanzen unbekannter Zusammensetzung auf und analysieren Sie die Substanzen mit Hilfe der in der 2. Aufgabe ermittelten Winkeldispersion und der Spektraltafel (Tab. 1).

### 4. Versuchsdurchführung und Auswertung

Nach Einstellen der Skalenbeleuchtung wird das Skalenbild im Fernrohr scharf abgebildet. Der Spalt des justierten Spektrometers wird mit einer Helium-Spektrallampe beleuchtet. Nach kurzer Einbrennzeit sieht man die Spaltbilder (Spektrallinien) im Fernrohr.

Für die Eichung des Spektrometers werden die Skalenteile  $s$  der im Fernrohr sichtbaren Spektrallinien des Heliums genau ermittelt, wobei die sehr schwach zu erkennenden Linien vernachlässigt werden können. Die ermittelten Skalenteile werden mit der Spektraltafel, Tab. 1, entsprechenden Wellenlängen zugeordnet. Zur Berechnung der Eichgeraden für die Winkeldispersion  $s(\lambda)$  mittels Gln. (1) - (3) ist es zweckmäßig, je eine gut sichtbare Linie aus der Mitte und von den Rändern des Helium-Spektrums auszuwählen. Tragen Sie nach der Berechnung der Konstanten alle Skalenteile  $s$  über  $(\lambda - \lambda_0)^{-1}$  auf Millimeterpapier auf und zeichnen Sie die Eichgerade. Prüfen Sie den linearen Zusammenhang der Messpunkte in der gewählten Auftragung.

Vor dem Spalt werden nun nacheinander die Lampen mit unbekannter Substanz aufgestellt und die Skalenteile der im Fernrohr sichtbaren Spektrallinien genau ermittelt. Aus der Winkeldispersion werden die zugehörigen Wellenlängen bestimmt. Durch Vergleich der Linienanordnungen mit denen der Spektraltafel werden die unbekannt Substanzen identifiziert.

**Tab. 1:** Spektrallinien einiger Elemente nach Elementen geordnet

Element (Symbol)			Element (Symbol)		
$\lambda$ (nm)	Farbeindruck	Helligkeitseindruck	$\lambda$ (nm)	Farbeindruck	Helligkeitseindruck
Wasserstoff (H)			noch Natrium (Na)		
656,28	rot	stark	567,57	gelbgrün	schwach
486,13	blaugrün	mittel	567,02	gelbgrün	schwach
434,05	violett	mittel	Kalium (K)		
410,17	violett	schwach	769,90	dunkelrot	stark
Helium (He)			766,49	dunkelrot	stark
706,54	dunkelrot	schwach	404,72	violett	mittel
667,82	rot	stark	404,41	violett	mittel
587,56	gelb	sehr stark	Cadmium (Cd)		
504,77	grün	schwach	643,85	rot	stark
501,57	grün	mittel	635,99	gelbrot	schwach
492,19	blaugrün	mittel	508,58	grün	stark
471,31	blau	schwach	479,99	blaugrün	stark
447,15	blau	stark	467,82	blau	stark
438,79	violett	schwach	441,46	blau	mittel
Lithium (Li)			Quecksilber (Hg)		
670,78	rot	stark	579,07	gelb	sehr stark
610,36	gelbrot	mittel	576,96	gelb	sehr stark
460,29	blau	schwach	546,07	grün	stark
Natrium (Na)			491,60	blaugrün	mittel
616,08	gelbrot	mittel	435,84	blau	stark
615,42	gelbrot	mittel	407,78	violett	mittel
589,59	gelb	stark	404,66	violett	mittel
589,00	gelb	mittel			

### 5. Fehlerbetrachtung

Schätzen Sie über die Eichgerade  $s(\lambda)$  den Fehler in der Wellenlängenbestimmung der Spektrallinien der analysierten Substanzen ab, welcher aus einem Ablesefehler  $\Delta s = \pm 0,01$  Skt. resultiert. Vergleichen Sie diesen Fehler mit dem mittleren Betrag der Abweichung der aus der Eichgeraden ermittelten Wellenlängen von den Werten in der Spektraltafel, Tab.1. Wie kann die Genauigkeit der Wellenlängenbestimmung verbessert werden?

### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Welche Anregungsprozesse liegen der Lichterzeugung zugrunde?
- 2) Welche physikalische Größen charakterisieren die Eigenschaften und die Ausbreitung des Lichts?
- 3) Was bestimmt die Farbe des Lichts: Frequenz oder Wellenlänge?
- 4) Wie lautet das *Brechungsgesetz*?
- 5) Was ist der Unterschied zwischen *Beugung* und *Brechung*?
- 6) Was versteht man unter *Dispersion*?
- 7) Wie funktioniert ein Fernrohr?
- 8) Wovon hängt das *Auflösungsvermögen* eines Prismenspektralapparates ab?

## Versuch D 7: Beugung am Gitter

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3: Optik  
 W. Walcher, Praktikum der Physik  
 Kohlrausch, Praktische Physik, Bd. I  
 Berkeley Physik Kurs, Bd. 6, Physik im Experiment

**Stichworte:** Beugung, Interferenz, Fraunhofersche Anordnung, Huygenssches Prinzip, Beugung am Spalt und Doppelspalt, Beugung am Gitter

### 2. Grundlagen

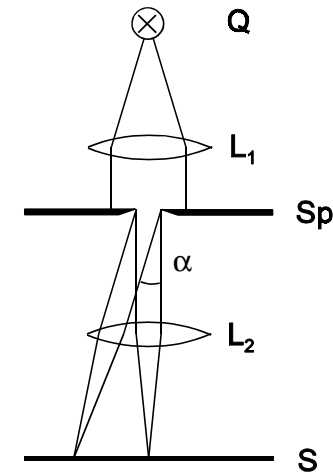
#### 2.1 Beugung und Interferenz

Die in der geometrischen Optik vorausgesetzte gradlinige Ausbreitung des Lichtes ist nicht mehr gewährleistet, wenn die freie Ausbreitung durch Hindernisse wie Blenden und Spalte (oder durch undurchlässige kleine Teilchen, wie Staub) gestört wird. Durch *Beugung* kann ein Teil des Lichtes auch in den geometrischen Schattenraum hinter dem Hindernis gelangen. Dieser Vorgang wird durch das *Huygenssche Prinzip* beschrieben. Danach fungiert jeder Punkt der Öffnung (Rand des undurchlässigen Hindernisses) als Ausgangspunkt einer Elementarwelle (Kugelwelle). Die Überlagerung - *Interferenz* - dieser frequenzgleichen und phasengekoppelten Wellen hinter dem Hindernis erzeugt das Beugungsbild, dessen Form und Struktur von der Wellenlänge des einfallenden Lichts sowie von der Form und Anzahl der Öffnungen abhängt.

Ein Maximum der Intensität auf einem hinter dem Hindernis angebrachten Leuchtschirm tritt immer dann auf, wenn die sich überlagernden (monochromatischen) Wellen einen Gangunterschied aufweisen, der einem ganzzahligen Vielfachen ihrer Wellenlänge entspricht. Zur Auslöschung (Minima) kommt es bei einem Gangunterschied, der einem ungeraden ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge entspricht.

In der Praxis wird die Beugung meistens in der sog. *Fraunhoferschen Anordnung* beobachtet. Wie Abb. 1 zeigt, befindet sich dabei die Lichtquelle Q im Brennpunkt einer Linse  $L_1$ . Dadurch fällt paralleles Licht auf den Spalt Sp und alle Strahlen, die hinter dem Spalt um den gleichen Winkel  $\alpha$  gebeugt werden, sind wiederum parallele Strahlen. Mit einer zweiten Linse  $L_2$  werden diese dann auf dem Schirm S, der sich im Abstand der Brennweite der zweiten Linse befindet, fokussiert und interferieren dort. Auf dem Schirm entsteht ein Interferenzbild aus hellen und

dunklen Streifen, wobei das Zentrum (Hauptmaximum) hell ist.



**Abb.1:** Fraunhofersche Anordnung bei Beugung am Einzelspalt

#### 2.2 Beugung am Einzel- und Doppelspalt

Ein einzelner Spalt liefert bei Fraunhoferscher Anordnung das in Abb. 2 gezeigte Beugungsbild. Zur Berechnung der Lage des ersten Minimums denkt man sich den Strahl in zwei gleichbreite Teilbündel zerlegt, wobei jeder Strahl des rechten Teilbündels mit einem entsprechenden des linken interferieren soll.

Herrscht im Punkt  $P_1$  Dunkelheit, so muss der Gangunterschied aller Teilstrahlen  $\lambda/2$  sein. Es gilt dann für das erste Minimum, wenn  $b$  die Spaltbreite ist:

$$\frac{b}{2} \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} \quad \text{bzw.} \quad b \sin \alpha = \lambda \quad (1)$$

Allgemein folgt für Minima höherer ( $n$ -ter) Ordnung

$$b \sin \alpha_n = n \lambda, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

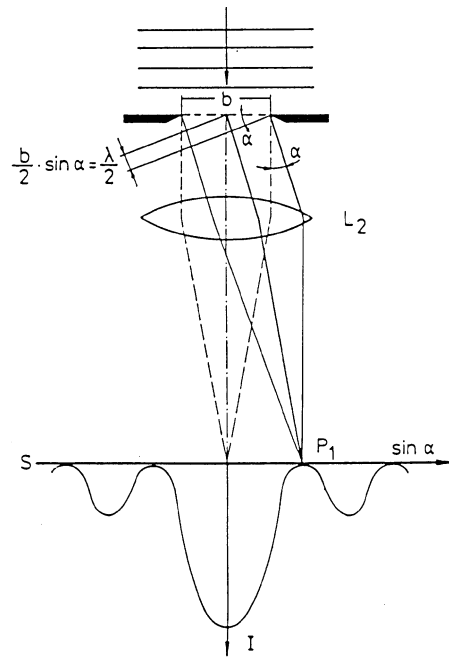


Abb.2: Beugung und resultierende Intensitätsverteilung am Einzelspalt

Umgekehrt erhält man Helligkeit (Maxima) wenn die Bedingung

$$b \sin \alpha_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

erfüllt ist. Man beachte, dass hierbei das zentrale Maximum ( $\alpha=0$ ) ausgenommen ist.

Historisch interessant ist der Übergang vom Einzelspalt zum Doppelspalt (Youngscher Doppelspaltversuch, 1802). Young bestimmte mit diesem Versuch zum ersten Mal die Wellenlänge des Lichtes. Ersetzt man den Einzelspalt durch zwei Spalte gleicher Breite  $b$ , die den Abstand  $D$  haben, wobei  $D > b$  ist, so hat dies folgende Konsequenz (s. Abb. 3): Erstens muss die Beleuchtungsstärke zunehmen, da durch zwei Spalte mehr Licht tritt als durch einen einzelnen. Wegen der Verstärkung durch die Interferenz steigt die Intensität der Maxima um das Vierfache. Zweitens können nunmehr auch zwei Teilstrahlen, die von

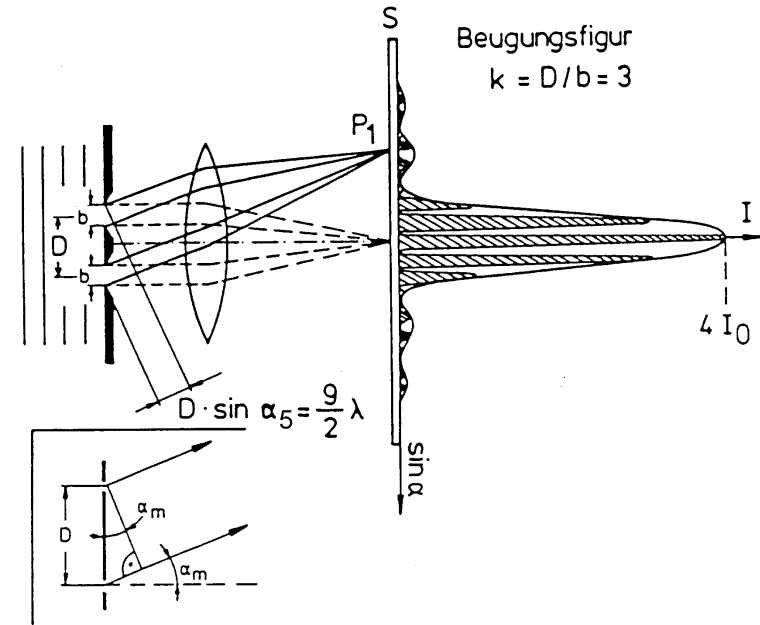


Abb.3: Beugung und Intensitätsverteilung am Doppelspalt

entsprechenden Punkten der beiden Einzelspalte unter gleichem Winkel ausgehen, interferieren. Es gibt also außer den alten Minima I. Klasse, die durch Gl. (2) gegeben sind, also bei  $\sin \alpha_1 = \lambda/b$ ;  $\sin \alpha_2 = 2\lambda/b$  usw. liegen, zusätzliche Minima II. Klasse, deren Lage durch

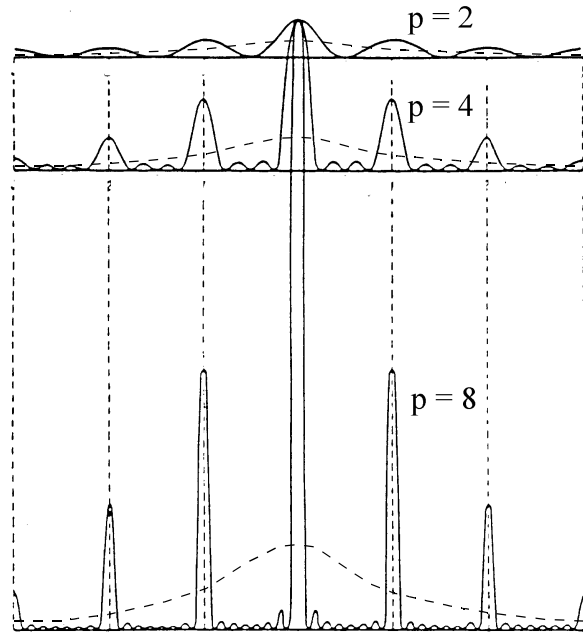
$$D \sin \alpha_m = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

gegeben ist, da Auslöschung von zwei homologen Teilstrahlen je eines Spaltes gerade dann erfolgt, wenn ihr Gangunterschied  $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2 \dots$  usw. beträgt. Da  $D > b$  folgt, dass die Helligkeitsverteilung des Einzelspaltes modifiziert wird und darin helle und dunkle Streifen auftreten. Die Zahl dieser Maxima und Minima II. Klasse hängt vom Verhältnis  $k = D/b$  ab. In Abb. 3 ist  $k = D/b = 3$ .

Für die Maxima der II. Klasse gilt:

$$D \sin \alpha_m = m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (5)$$

Man beachte, dass diese Maxima gegenüber dem Einfachspalt die 4-fache Intensität haben.



**Abb.4:** Intensitätsverlauf (schematisch) bei Beugung und Interferenz an  $p = 2, 4$  und  $8$  Spalten; gestrichelte Kurven: jeweils  $p$ -fache (zentrale) Intensität des Einzelspalts zum Vergleich

### 2.3 Gitter

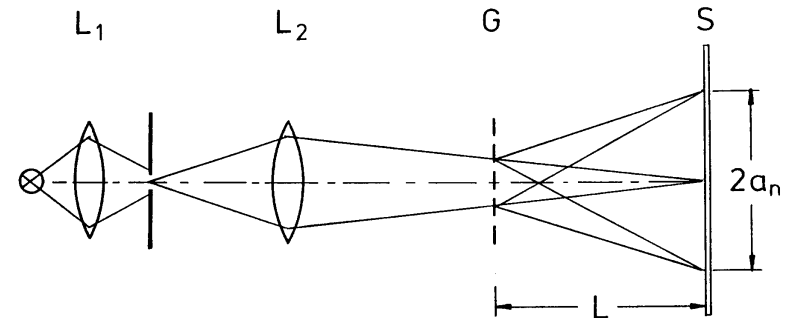
Erhöht man die Anzahl der Spalte weiter, d.h. geht man zu einer Vielzahl von gleichbreiten Spalten mit gleichgroßem Abstand über, so spricht man von einem *Gitter*. Abb. 4 zeigt schematisch, wie sich die Intensitätsverhältnisse und die Anzahl der Maxima und Minima beim Übergang von zwei auf vier und acht Spalte verändern. Für mehr als 2 Spalte treten sog. *Haupt- und Nebenmaxima* auf, deren Intensität mit steigender Spaltzahl stark zu- bzw. abnimmt.

Im Falle des Gitters verschwinden die Nebenmaxima fast vollständig. Man sieht also im wesentlichen die Hauptmaxima, die an den Stellen liegen, wo ursprünglich die Maxima des Doppelspaltes zu finden waren (s. Abb. 4), also

$$d \sin \alpha_n = n \lambda, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

wobei  $d$  der Abstand benachbarter Spalte, die sog. *Gitterkonstante* ist.

Für das Experiment zur Beugung am Gitter wählen wir die Anordnung wie in Abb. 5 gezeigt:



**Abb.5:** Versuchsanordnung zur Beugung und Interferenz am Gitter

Das von der Lichtquelle ausgehende Licht wird mittels der Kondensorlinse  $L_1$  auf einen Spalt gebündelt, der Spalt mit der Linse  $L_2$  auf dem Schirm  $S$  abgebildet. Der Abstand des Spaltes zur Linse  $L_2$  ist nur wenig größer als ihre Brennweite, so dass die Bildweite (Abstand  $L_2S$ ) groß ist und die von  $L_2$  ausgehenden und auf das beugende Gitter  $G$  treffenden Strahlen nahezu parallel sind. Der Versuchsaufbau entspricht also der Fraunhoferschen Anordnung (s. Abb. 1). Auf dem Schirm ist senkrecht zur optischen Achse ein Maßstab angebracht, der sich im Abstand  $L$  vom Gitter befindet. Die Beugungswinkel  $\alpha_n$  genügen dann der Gleichung

$$\tan \alpha_n = \frac{a_n}{L} \quad (7)$$

wobei  $a_n$  der Abstand des Maximums  $n$ -ter Ordnung vom Zentrum (Maximum nullter Ordnung) auf dem Maßstab ist.

Ein gebräuchliches Strichgitter, welches auch im Praktikum verwendet wird, besteht aus einer planparallelen Glasplatte, auf deren Fläche mit einem Diamanten eine große Anzahl feiner paralleler Striche geritzt ist. An den eingeritzten Stellen wird das Licht gestreut. Für das hinter einem solchen Gitter beobachtete Licht wirken die geritzten, matten Stellen wie undurchsichtige Blenden, die unbearbeiteten Stellen wie Spalte. Man erreicht bei guten Gittern  $10^3$  Striche pro mm, so dass eine Gitterkonstante  $d$  von  $10^{-3}$  mm auftritt.

Man beachte, dass bei Verwendung von farbigen Lichtquellen rotes Licht (mit großer Wellenlänge) am Gitter auch größere Ablenkung erfährt als blaues Licht (mit kleiner Wellenlänge). (Gegensatz: Prisma!). Gitterspektralapparate eignen sich daher auch zur Analyse unbekannter Stoffe, so wie im Versuch D 5, Spektralanalyse beschrieben.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Ermitteln Sie die Wellenlängen einzelner Spektrallinien, die von einer Quecksilberdampfampe mit den Spektralfarben blau, grün und gelb emittiert werden.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Gitterkonstante eines Beugungsgitters mit Hilfe einer Natriumdampfampe ( $\lambda_D = 589$  nm).

### 4. Versuchsdurchführung und Auswertung

#### 4.1 Wellenlängenbestimmung

Setzen Sie die Quecksilberdampfampe auf die optische Bank und arbeiten Sie mit dem obigen Versuchsaufbau der Abb. 5. Fokussieren Sie zunächst das Bild des Spalts ohne Gitter auf den Maßstab. Stellen Sie darauf ein Gitter mit 570 Linien pro mm in möglichst großem Abstand  $L$  vom Maßstab in den Strahlengang. Bestimmen Sie Winkel der Intensitätsmaxima  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  mit den Spektralfarben blau, grün und gelb mit Gl. (7). Um auch die weiter außerhalb der optischen Achse liegenden Spaltbilder zu fokussieren, genügt es, lediglich die Linse  $L_2$  leicht zu verschieben. Berechnen Sie die Wellenlängen der Linien mit den Spektralfarben blau, grün und gelb aus Gl. (6).

Verändern Sie  $L$  und führen Sie die obige Messung noch einmal aus.

### 4.2 Bestimmung der Gitterkonstanten

Ersetzen Sie die Quecksilberdampfampe durch eine Natriumdampfampe ( $\lambda_D = 589$  nm). Verwenden Sie außerdem das zu untersuchende Beugungsgitter. Bestimmen Sie die Beugungswinkel für Interferenzmaxima der 1. bis 5. Ordnung. Berechnen Sie die Gitterkonstante mit Gl. (6).

### 5. Fehlerrechnung

Bestimmen Sie aus den jeweils 4 Messungen der ersten Aufgabe für jede Wellenlänge die Standardabweichung des Mittelwertes. Führen Sie die entsprechende Rechnung auch für die 5 Messungen der Gitterkonstanten aus.

### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was sind Grundvoraussetzungen für *Interferenz*?
- 2) Was besagt der Begriff der *Beugung* und womit wird er beschrieben?
- 3) Was versteht man unter *Fraunhoferscher* Beobachtungsweise?
- 4) Wie verändern sich die Beugungsbilder beim Übergang vom Einfachspalt zum Doppel- und Mehrfachspalt?
- 5) Wie groß muss der jeweilige Gangunterschied zweier interferierender Strahlen beim Einfach- bzw. Doppelspalt sein, damit auf dem Schirm Maxima bzw. Minima der Beleuchtungsstärke erscheinen?
- 6) Wie wirkt sich eine Verringerung der Gitterkonstanten auf das Beugungsspektrum eines Gitters aus?
- 7) Was bewirkt eine Erhöhung der Spaltenzahl?
- 8) Wie unterscheiden sich Gitter- und Prismenspektren?
- 9) Warum nennt man ein Gitterspektrum auch *Normalspektrum*?



## Versuch D 8: Temperaturstrahlung

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III, Optik  
 Pohl, Einführung in die Physik, Bd. III, Optik  
 Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
 Walcher, Praktikum der Physik

**Stichworte:** Schwarzer Körper, absolute Temperatur, Temperaturstrahlung, Emissions- und Absorptionsvermögen, Kirchhoffsches Gesetz, Plancksches Strahlungsgesetz, Wiensches Verschiebungsgesetz, Strahlungsgesetz von Stefan-Boltzmann, Strahlungsgesetz von Wien, grauer Strahler, Pyrometer, Thermosäule

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Temperaturstrahlung (Kirchhoffsches Gesetz)

Jeder auf einer absoluten Temperatur  $T > 0$  (gemessen in *Kelvin*) befindliche Körper sendet in seine Umgebung Strahlung (elektromagnetische Wellen) aus, deren Energie und spektrale Intensität (Bandbreite) im wesentlichen von der Temperatur des Körpers abhängen (*Temperaturstrahlung*). Die spektrale Bandbreite verdeutlicht ein Vergleich der Sonne mit einem Heizkörper. Die Sonne (Oberflächentemperatur  $T = 5700$  K) emittiert Strahlung sowohl im ultravioletten und sichtbaren Bereich (Wellenlänge  $\lambda = 400-800$  nm) als auch im ultraroten Bereich (Wärmestrahlung), ein Heizkörper mit  $T = 350$  K jedoch ausschließlich Strahlung im UR-Bereich und diese, erfahrungsgemäß, auch mit wesentlich geringerer Strahlungsleistung. Während  $1 \text{ m}^2$  Oberfläche der Sonne in den Halbraum eine über die spektrale Bandbreite integrierte Strahlungsleistung bzw. einen Strahlungsfluss  $\Phi = 6,1 \times 10^7$  W aussendet, strahlt  $1 \text{ m}^2$  Fläche des Heizkörpers mit  $T = 350$  K einen um den Faktor  $10^5$  kleineren Fluss in den Halbraum ab.

Der Strahlungsfluss  $d\Phi$ , der von einem Flächenelement  $dF$  eines auf der Temperatur  $T$  befindlichen Temperaturstrahlers in den Halbraum vor seiner Oberfläche im Wellenlängenintervall zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  ausgesandt wird, ist gegeben durch:

$$d\Phi = E(\lambda, T) dF d\lambda \quad (1)$$

Die Größe  $E(\lambda, T)$  wird *Emissionsvermögen* genannt. Sonne und Heizkörper unterscheiden sich also, wie oben verdeutlicht, in ihrem Emissionsvermögen - sowohl in dessen spektraler Verteilung als auch in dessen Integral über alle Wellenlängen.

Strahlung wird von Körpern nicht nur emittiert sondern auch absorbiert bzw. reflektiert (Durchlässigkeit wird hier nicht beachtet). Entsprechend definiert man das *Absorptionsvermögen*  $A$  eines Körpers als das Verhältnis von absorbiertem zu auftreffendem Strahlungsfluss bzw. das *Reflexionsvermögen*  $R$  als das Verhältnis von reflektiertem zu auftreffendem Strahlungsfluss.  $A$  und  $R$  sind ihrer Definition nach dimensionslose Größen. Es gilt:

$$R = 1 - A \quad (2)$$

wenn die Durchlässigkeit  $D = 0$  ist. Die Größen  $A$  und  $R$  hängen von der Wellenlänge der auftreffenden Strahlung, der Temperatur des Körpers sowie - und das ist nachteilig - von seinen physikalischen Eigenschaften wie z.B. seiner Oberflächenbeschaffenheit ab ( $A(\lambda, T, \dots)$ ,  $R(\lambda, T, \dots)$ ).

Um von diesen Materialeigenschaften unabhängig zu werden, betrachte man zwei beliebige Körper 1 und 2 in festem Abstand (klein relativ zu ihren Abmessungen) gegenübergestellt. Im stationären Zustand (beide Körper auf gleicher Temperatur) strahlt Körper 1 nach 2 den Fluss  $\Phi_1$ , außerdem reflektiert er den nicht absorbierten Bruchteil  $(1 - A_1)$ , des von 2 zurückgestrahlten Flusses  $\Phi_2$ . Entsprechendes gilt für die von 2 nach 1 gesandte Strahlung. Im Gleichgewicht ist:

$$\Phi_1 + (1 - A_1)\Phi_2 = \Phi_2 + (1 - A_2)\Phi_1$$

bzw. 
$$\frac{\Phi_1}{A_1} = \frac{\Phi_2}{A_2} \quad (3)$$

Dem folgt mit Gl. (1) das *Gesetz von Kirchhoff*:

$$\frac{E_1(\lambda, T)}{A_1(\lambda, T)} = \frac{E_2(\lambda, T)}{A_2(\lambda, T)} = f(\lambda, T) \quad (4)$$

Diese Beziehung gilt für zwei ganz beliebige Körper. Daher muss das Verhältnis  $E(\lambda, T)/A(\lambda, T)$  von allen Materialeigenschaften unabhängig sein und kann nur von  $\lambda$  und  $T$  abhängen. Diese Aussage heißt *Kirchhoffsches Gesetz*.

Eine Sonderstellung bei der physikalischen Beschreibung von Strahlungsvorgängen nimmt der sog. *schwarze Körper* ein. Ein schwarzer Körper absorbiert die gesamte auftreffende Strahlung, d.h. sein Absorptionsvermögen ist für alle Temperaturen und Wellenlängen gleich 1;  $A_s = 1$ . Dies bedeutet mit Gl. (4), dass auch das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers größer als das aller anderen nicht schwarzen Körper ist und dass die Funktion  $f(\lambda, T)$  in Gl. (4) dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers  $E_s(\lambda, T)$  entspricht. Damit erhält das Kirchhoffsche Gesetz, Gl. (4), die Form:

$$\frac{E(\lambda, T)}{A(\lambda, T)} = E_s(\lambda, T) \quad (5)$$

In der Natur kommt kein absolut schwarzer Körper vor. Er lässt sich jedoch experimentell in guter Näherung durch einen allseitig geschlossenen Hohlkörper (Ofen) mit einem kleinen Loch im Deckel realisieren. Die durch die Öffnung eintretende Strahlung wird durch Vielfachreflexion an den Innenwänden so stark geschwächt, dass näherungsweise kein Anteil durch die Öffnung wieder nach außen tritt, d.h. die auftreffende Strahlung vollständig absorbiert wird.

Als einen *grauen Strahler* bezeichnet man einen Körper, dessen Absorptionsvermögen von der Wellenlänge und Temperatur unabhängig ist und einen Wert  $A < 1$  hat. Im Unterschied zum schwarzen Körper können viele in der Natur vorkommende Strahler (wie auch die im Versuch vorliegende Lampe) als graue Strahler bezeichnet werden, meist jedoch nur für einen beschränkten Spektralbereich.

## 2.2 Strahlungsgesetz des schwarzen Körpers

Für das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers  $E_s(\lambda, T)$  wurde 1900 von Max Planck eine die Quantenmechanik begründende Formel vorgeschlagen, deren Richtigkeit durch das Experiment und spätere quantenmechanische Ableitung bewiesen wurde. Wesentlich hierbei ist, dass das elektromagnetische Strahlungsfeld bei der Wechselwirkung mit dem schwarzen Körper Energie nur quantenhaft mit seinen Atomen austauschen kann. Dies bedeutet, dass die Aufnahme und Abgabe von Energie des Strahlungsfeldes nicht klassisch in beliebiger kleiner Menge sondern nur in einem Vielfachen der sog. *Photonenenergie*  $\Delta E = h\nu = hc/\lambda$  erfolgen kann ( $\nu$  = Strahlungsfrequenz,  $h$  = Plancksches Wirkungsquantum).

Die Oszillatoren, die im Hohlraum des schwarzen Körpers alle untereinander in

Wechselwirkung stehen, sind bei  $T = 0$  in Ruhe (Nullpunktsenergie vernachlässigt) und werden mit steigender Temperatur bzw. thermischer Energie  $k_B T$  immer mehr angeregt ( $k_B$  = Boltzmann-Konstante,  $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K). Dabei wird Strahlung mit dem schwarzen Körper ausgetauscht.

Für das Emissionsvermögen  $E_s(\lambda, T)$  des schwarzen Körpers ergibt sich das *Plancksche Strahlungsgesetz*\*:

$$E_s(\lambda, T) = 2\pi \frac{hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \quad (6)$$

bzw.

$$E_s(\lambda, T) = 2\pi \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad (7)$$

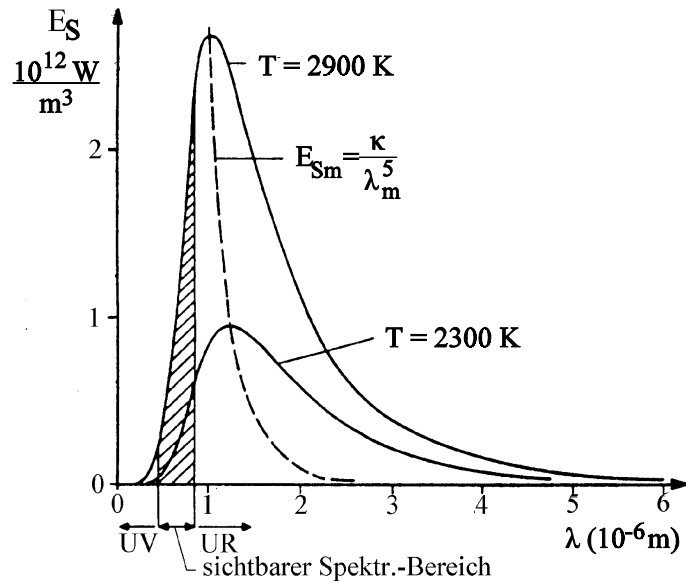
mit den Konstanten:  $c_1 = h c^2 = 5,96 \times 10^{-17}$  W m<sup>2</sup>  
 $c_2 = h c/k_B = 1,439 \times 10^{-2}$  m K.

Abb. 1 zeigt zwei Strahlungsisothermen  $E_s(\lambda, T)$  des Planckschen Gesetzes (sichtbarer Bereich schraffiert). Man beachte die Einheiten von  $E_s$ !

Die historisch schon früher bekannten Strahlungsgesetze von Wien und Rayleigh-Jeans ergeben sich näherungsweise aus der Planckschen Formel, Gl. (6,7). Für den Grenzfall  $hc/\lambda \gg k_B T$ , d.h.  $\lambda T \ll 1,4 \times 10^{-2}$  m K kann man die 1 im Nenner der Gl. (7) vernachlässigen, und es ergibt sich für den kurzwelligen Teil des Spektrums das *Strahlungsgesetz von Wien*:

$$E_s(\lambda, T) = 2\pi \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \quad (8)$$

\*) In der Literatur findet man die Plancksche Strahlungsformel, Gl.(6) u. (7), häufig für die *spektrale Strahlungsdichte*  $S_s(\lambda, T)$  des schwarzen Körpers, die der (spektralen) Strahlungsleistung der Flächeneinheit in die Raumwinkelseinheit (Flächeneinheit auf der Einheitskugel) senkrecht zur Oberfläche entspricht und sich vom Emissionsvermögen  $E_s(\lambda, T)$  lediglich um den Faktor  $\pi$  unterscheidet:  $E_s(\lambda, T) = \pi S_s(\lambda, T)$ . Den Faktor  $\pi$  erhält man durch Integration von  $S_s$  über den Halbraum ( $2\pi$ ) unter Berücksichtigung aller Abstrahlungsrichtungen.



**Abb.1:** Strahlungsisothermen  $E_S(\lambda, T_i)$  des Planckschen Gesetzes (—), Maxima  $E_{Sm}(\lambda_m, T)$  (---)

Dieses Gesetz ist für die Pyrometrie wichtig, da es im sichtbaren Bereich für Temperaturen bis ca. 5000 K gilt und das spektrale Emissionsvermögen des schwarzen Körpers durch die Temperatur eindeutig bestimmbar ist (und umgekehrt!). Der andere Grenzfall  $hc/\lambda \ll k_B T$  (große Wellenlängen, Strahlungsformel von Rayleigh-Jeans) soll hier nicht näher betrachtet werden.

Jede Plancksche Isotherme besitzt, wie Abb. 1 zeigt, ein Maximum bei einer bestimmten Wellenlänge  $\lambda_m$ . Mit der Bedingung  $dE_S(\lambda, T)/d\lambda = 0$  folgt aus Gln. (7,8) das *Wiensche Verschiebungsgesetz*:

$$\lambda_m T = \text{const.} = w = 2,897 \times 10^{-3} \text{ mK} \quad (9)$$

Mit zunehmender Temperatur verschiebt sich also das Maximum zu kürzeren Wellenlängen (und umgekehrt). Die Maxima der Strahlungsisothermen liegen auf einer Hyperbel  $E_{Sm}(\lambda_m)$  (in Abb.1 gestrichelt gezeichnet), die sich aus der Gl. (7) ergibt, wenn man dort aus Gl. (9)  $w/\lambda_m$  für T einsetzt:

$$E_{Sm}(\lambda_m) = \frac{\kappa}{\lambda_m^5} \quad \text{mit } \kappa = 2,63 \times 10^{-18} \text{ W m}^2 \quad (10)$$

Entsprechend ergibt sich das Emissionsvermögen im Strahlungsmaximum als Funktion der Temperatur zu

$$E_{Sm}(T) = \tau T^5 \quad \text{mit } \tau = 1,29 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-3} \text{ K}^{-5} \quad (11)$$

Dies bedeutet, dass bei der Temperatur  $T_2 = T_1/2$  einer vorgegebenen Temperatur  $T_1$  das Emissionsvermögen im Maximum nur noch 1/32 des Wertes bei  $T_1$  beträgt. Im Sonnenspektrum beobachtet man den Höchstwert  $E_{Sm}$  bei der Wellenlänge  $\lambda_m = 480 \text{ nm}$  (grün). Dem entspricht ein schwarzer Körper mit  $T \approx 6000 \text{ K}$ .

Der gesamte von einer (ebenen) Fläche  $F$  eines schwarzen Strahlers in den Halbraum ausgestrahlte Fluss (Leistung) pro Flächeneinheit (strahlender Fläche)  $\Phi/F$  ergibt sich aus den Gleichungen (1) und (6) durch Integration über die Wellenlänge zu:

$$\frac{\Phi}{F} = \int_{\lambda=0}^{\infty} E_S(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4 \quad \text{Stefan-Boltzmann-Gesetz} \quad (12)$$

mit  $\sigma = 2\pi^5 k_B^4 / 15 c^2 h^3 = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

### 2.3 Pyrometrie

Pyrometer sind Geräte zur berührungslosen Messung hoher Temperaturen ( $T > 1000 \text{ K}$ ), z.B. metallischer Schmelzen (Hochofen) und werden bevorzugt in Bereichen eingesetzt, wo die Anwendung von Thermoelementen nicht mehr möglich ist. Ein Pyrometer (s. Abb. 2) besteht aus einem Fernrohr, in dessen Zwischenebene ein gebogener Glühfaden einer Wolframlampe angebracht ist. Durch einen regelbaren Widerstand  $R$  im Lampenkreis lässt sich der Strom durch die Wolframlampe - und damit deren Helligkeit - variieren. Mit dem Objektiv wird der zu untersuchende Strahler (Schmelze, glühender Körper, Lampe) in die Glühfadenebene abgebildet und der Regelwiderstand so eingestellt, dass die Helligkeit des Glühfadens gerade mit der des Messobjektes übereinstimmt. Diese entspricht einem ganz bestimmten Wert des Stromes  $I$  durch den Wolframfaden.

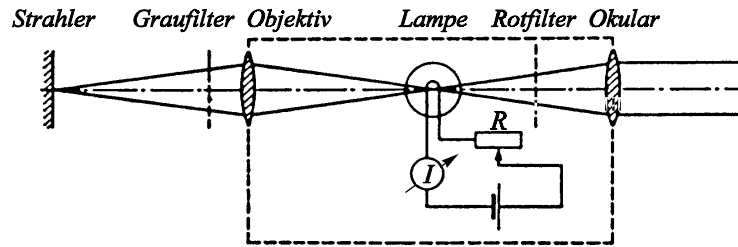


Abb.2: Pyrometer, schematisch

Durch ein in den Strahlengang des Pyrometers eingeschobenes Rotfilter ist man bei der Beobachtung auf einen kleinen Spektralbereich  $\Delta\lambda$  um 660 nm beschränkt (Teilstrahlprometer).

Die vom menschlichen Auge registrierte Helligkeit eines Temperaturstrahlers ist proportional zu seinem Emissionsvermögen im betrachteten Spektralbereich. Bei gleicher Helligkeit der Pyrometerlampe und des Messobjektes haben zwar beide das gleiche Emissionsvermögen jedoch i.a. nicht die gleiche Temperatur, da - wie die Diskussion in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt hat - selbst für einen vorgegebenen (engen) Spektralbereich das Emissionsvermögen nicht nur von der Temperatur sondern auch von der Art des Strahlers abhängt. Zur Kalibrierung eines Pyrometers, dessen Lampenstrom nach dem Abgleich eine eindeutige Funktion der Temperatur des Messobjektes ist, verwendet man die Strahlung eines schwarzen Körpers. Die abgelesene Temperatur nennt man *schwarze Temperatur*  $T_s$ . Sie ist für das untersuchte Messobjekt nur gleich seiner wahren Temperatur  $T$ , wenn dieses auch wie ein schwarzer Körper strahlt. Dies ist - wie schon erwähnt - in der Praxis nicht der Fall, da man es (für einen engen Spektralbereich) i.a. mit grauen Strahlern ( $A = \text{const} < 1$ ) zu tun hat.

Befinden sich ein schwarzer und ein grauer Strahler auf gleicher Temperatur, so ist (mit Gl. (4)) das Emissionsvermögen (d.h. die Helligkeit) des grauen Strahlers um sein Absorptionsvermögen ( $A < 1$ ) geringer als das des schwarzen Strahlers. Wenn ein schwarzer und ein grauer Strahler in einem bestimmten Spektralbereich die gleiche Helligkeit zeigen, muss deshalb die (wahre) Temperatur  $T$  des grauen Strahlers stets größer als seine schwarze Temperatur  $T_s$  sein, welche zugleich die (wahre) Temperatur des schwarzen Strahlers ist.

Um eine Beziehung zwischen  $T$  und  $T_s$  herzustellen, reicht es für die praktische Anwendung aus, das Wiensche Strahlungsgesetz (Gl.(8)) anzuwenden, da  $\lambda T$

genügend klein ist. Mit Gl. (5) gilt bei gleicher Helligkeit (Emissionsvermögen) von Messobjekt (E) und Wolframfaden des Pyrometers ( $E_s$ ):

$$E(\lambda, T) = AE_s(\lambda, T) = E_s(\lambda, T_s) \quad (13)$$

Durch Verhältnisbildung folgt mit Gl. (8):

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{T_s} = \frac{\lambda}{c_2} \ln A \quad (14)$$

Diese Gleichung gilt exakt für einen grauen Strahler, kann jedoch mit hinreichender Genauigkeit auch auf Metalle angewendet werden, bei denen die Temperaturabhängigkeit des Absorptionsvermögens nur gering ist. Da Metalle jedoch i.a. ein großes Reflexionsvermögen  $R$  und damit kleines Absorptionsvermögen  $A$  besitzen, kann die Abweichung zwischen  $T$  und  $T_s$  beträchtlich sein.

Aus Gleichung (14) folgt durch Umformen:

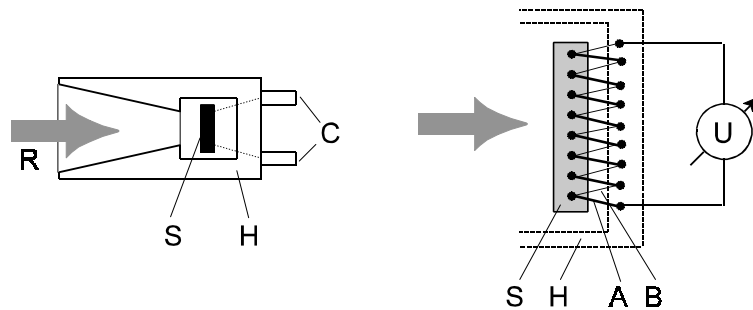
$$T = T_s \frac{1}{1 + T_s \frac{\lambda}{c_2} \ln A} = T_s k(T_s) \quad (15)$$

Der Korrekturfaktor  $k(T_s)$  ist für die im Versuch verwendete Wolframglühlampe in Abschnitt 4 angegeben.

## 2.4 Thermosäule

Abb. 3 zeigt schematisch den Aufbau einer Thermosäule zur Bestimmung der Gesamtstrahlungsleistung eines Temperaturstrahlers. Sie besteht aus einem hohlen Metallzylinder  $H$  mit einer Öffnung an einem Ende, in den die Strahlung  $R$  eintritt. Sie wird an der konischen Innenwand des Zylinders reflektiert und auf die geschwärzte Oberfläche eines Sensorelements  $S$  geleitet, wo sie absorbiert wird. Dadurch erhöht sich die Temperatur des Sensors um einen kleinen Betrag  $\Delta T$  über die Temperatur des Gehäuses  $H$ . Die Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zwischen  $H$  und  $S$  erzeugt in mehreren in Reihe geschalteten Thermoelement-Paaren  $A, B$  eine Thermospannung  $U_{Th}$ , die mit einem Millivoltmeter gemessen wird. Für kleine Temperaturunterschiede ist  $U_{Th}$  proportional zu  $\Delta T$  und proportional zur absorbierten Strahlungsleistung (Strahlungsfluss  $\Phi$ ) so dass

$$U_{Th} = c \Phi, \quad c = 0.16 \frac{\text{mV}}{\text{mW}} \quad (\text{Herstellerangabe}) \quad (16)$$



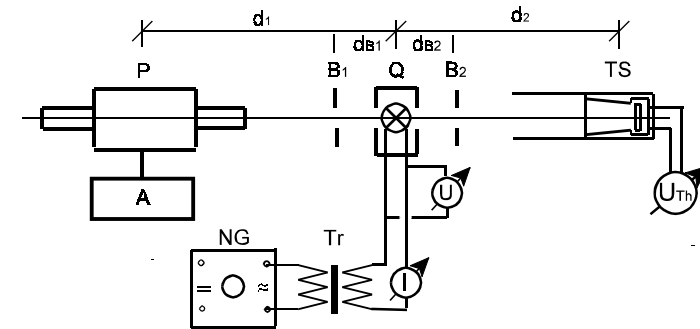
**Abb. 3:** Thermosäule schematisch: Links: Längsschnitt mit einfallender Strahlung R, Sensorelement S, Gehäuse H, elektrischem Anschluss C; rechts: Anschluss des Millivoltmeters U an die in Reihe geschalteten Thermoelement-Paare A, B

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Der von einer Thermosäule registrierte Strahlungsfluss einer Wolframglühlampe ist als Funktion ihrer Wendeltemperatur zu bestimmen, die mit einem Teilstrahlpyrometer gemessen wird. Die Temperaturabhängigkeit des Strahlungsflusses ist mit der Temperaturabhängigkeit der von der Lampe aufgenommenen elektrischen Leistung zu vergleichen.
- 2. Aufgabe:** Der von der Öffnung eines geheizten Graphit-Hohlkörpers auf eine Thermosäule treffende Strahlungsfluss ist für verschiedene Temperaturen des Körpers zu bestimmen und mit der Strahlungsleistung eines schwarzen bzw. idealen grauen Strahlers zu vergleichen.  
  
Für beide Teilversuche ist die Gültigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetzes zu überprüfen.

## 4. Versuchsdurchführung und Auswertung

### 4.1 Strahlung der Glühlampe



**Abb.4:** Versuchsaufbau zur Temperatur- und Strahlungsleistungsmessung der Glühlampe: Q Glühlampe; P Teilstrahlpyrometer mit Anzeigeeinheit A; TS Thermosäule mit Spannungsmesser  $U_{Th}$ ; NG Wechselspannungsnetzgerät mit Transformator Tr und Strom-, Spannungsmessern I, U;  $B_{1,2}$  Blenden; Abstände  $d_{1,2}$  bzw.  $d_{B1, B2}$  siehe Text

Den Versuchsaufbau zeigt Abb. 4 schematisch: Die zu untersuchende Wolframglühlampe Q wird an ein variables Wechselspannungsnetzgerät NG mit nachgeschaltetem Transformator Tr angeschlossen. Ihre aufgenommene elektr. Leistung  $P_{el}$  wird mit Strom- und Spannungsmessgeräten I und U bestimmt. Die an der Lampe anliegende Spannung U wird zwischen 1 und 5 V in Schritten von ca. 0,5 V in auf- und absteigender Folge variiert. Mit dem Teilstrahlpyrometer P ist die (schwarze) Temperatur  $t_s(U)$  der Glühlampewendel, mit der Thermosäule TS die Thermospannung  $U_{Th}(U)$  entsprechend dem absorbierten Strahlungsfluss  $\Phi(U)$  zu bestimmen.

#### 4.1.1 Teilstrahlpyrometer

Die Messung der Glühlampewendeltemperatur  $t_s$  erfolgt mit dem Teilstrahlpyrometer P. Vor Beginn der Messungen ist die Blende  $B_1$  (eine verstellbare Irisblende im Abstand  $d_{B1} \approx 15 \text{ cm}$ ) so einzustellen, dass die Objektivöffnung des Pyrometers gerade ausgeleuchtet ist, d.h. die andere Experimente störende Streustrahlung minimiert wird. Dann wird das Pyrometer durch zwei Stellräder am Stativ auf die Glühlampewendel gerichtet. Das dem Betrachter zugewandte Okular des

Pyrometers ist zunächst (am Stellring vor der Augenklappe) so einzustellen, dass der leuchtende Glühfaden der Pyrometerlampe scharf sichtbar ist. Darauf wird die Wendel der zu untersuchenden Glühlampe in der Ebene des Glühfadens der Pyrometerlampe abgebildet (fokussiert). Dies geschieht durch Variation der Position der Objektivlinse durch ein Stellrad am Pyrometer. Voraussetzung für eine ausreichende Fokussierung ist ein genügend großer Abstand  $d_1 \geq 160$  cm zwischen Pyrometer und Glühlampe. Nach Einschalten des Rotfilters (an der dem Betrachter zugewandten Seite des Pyrometers) wird die Pyrometerlampe durch die Grob- und Feinregelung (an der linken und rechten Seite des Pyrometers) auf gleiche Helligkeit mit der Glühlampenwendel gebracht. Zur Erweiterung des Messbereiches kann am Pyrometer (ebenfalls an der Rückseite) ein Graufilter vorgeschaltet werden. Für die Schalterstellung am Pyrometer und entsprechend an der Anzeigeeinheit gelten folgende Temperaturbereiche:

Temperaturbereich $t_s$ (°C)	Schalterstellung	
	Anzeigeeinheit	Pyrometer
650 - 1450	I	1 (ohne Graufilter)
1450 - 3000	II	2 (mit Graufilter)

Für jede Betriebsspannung der Glühlampe ist aus jeweils drei Pyrometerabgleichungen der Mittelwert für die angezeigte *schwarze Temperatur*  $t_s$  (in °C) zu bestimmen.

#### 4.1.2 Thermosäule

Auf der dem Teilstrahlpyrometer gegenüber liegenden Seite der Glühlampe ist im Abstand  $d_2 = 50$  cm die Thermosäule TS mit dem Spannungsmesser der Thermospannung  $U_{Th}$  aufgestellt. Ein auf die Thermosäule aufgesteckter Tubus minimiert den Eintritt von Streustrahlung in die Thermosäule. Die im Abstand  $d_{B2} = 10$  cm aufgestellte Blende  $B_2$  (12 mm Ø) verhindert den Eintritt der Wärmestrahlung des Lampengehäuses in die Thermosäule.

Der Spannungsmesser  $U_{Th}$  ist mindestens 10 min. vor Beginn der Messungen mit der Glühlampe einzuschalten (Digitalvoltmeter: 20mV-Bereich; 1µV Auflösung). Danach ist (bei ausgeschalteter Lampe) die Anzeige möglichst genau auf Null ( $\pm 2$  Digits) einzustellen.

Warten Sie nach jeder Neueinstellung der Betriebsspannung  $U$  für die Glühlampe, bis sich die Anzeige  $U_{Th}$  (einigermaßen) stabilisiert hat. Geringe Änderungen von  $U_{th}$  sind auch durch Schwankungen der Betriebsspannung  $U$  bedingt.

#### 4.1.3 Auswertung

In der Auswertung der Messungen wird aus der schwarzen Temperatur  $t_s$  (in °C) die (wahre) Temperatur  $T$  (in K) des grauen Strahlers (Wolfram) ermittelt, indem die (schwarze) Kelvin-Temperatur  $T_s$  mit dem temperaturabhängigen Faktor  $k(T_s)$  korrigiert wird (vergl. Gl. (15)):

$$T = k(T_s)T_s \quad \text{mit} \quad T_s = t_s + 273 \text{ K}$$

Die Werte für  $k(T_s)$  im betrachteten Spektralbereich (Rotfilter) entnehme man der nachfolgenden Tabelle durch Interpolation.

$T_s$ (K)	$k$	$T_s$ (K)	$k$
800	1,028	2000	1,083
1000	1,036	2200	1,092
1200	1,045	2400	1,103
1400	1,054	2600	1,114
1600	1,063	2800	1,125
1800	1,073	3000	1,136

**Tabelle:** Korrekturfaktor  $k(T_s)$  für Wolfram

Aus den gemessenen Thermospannungen  $U_{th}(U)$  sind mittels Gl.(16) die Strahlungsleistungen  $\Phi(U)$  zu berechnen.

Für die weitere Auswertung wird angenommen, dass die Wolframwendel einen angenähert idealen grauen Strahler darstellt und die vierte Potenz der Kelvin-Temperatur der Thermosäule im Vergleich zur vierten Potenz der Kelvin-Temperatur der Glühwendel zu vernachlässigen ist. Ebenfalls angenommen wird, dass die von der Lampe aufgenommene elektr. Leistung  $P_{el} = IU$  zum größten Teil

in Form von Strahlung abgegeben wird. Man prüfe die Gültigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetzes, Gl.(12), mit den Ansätzen

$$\Phi = aT^n \quad \text{bzw.} \quad P_{el} = bT^m$$

Zur Bestimmung der Potenzen  $n$  bzw.  $m$  der Temperaturabhängigkeiten von  $\Phi$  bzw.  $P_{el}$  sind  $\Phi(T)$  sowie  $P_{el}(T)$  doppelt logarithmisch auf Millimeterpapier (bzw. mit dem PC) in geeignetem Maßstab aufzutragen, also  $\ln(\Phi/\Phi_1)$  sowie  $\ln(P_{el}/P_1)$  als Funktion von  $\ln(T/T_1)$  darzustellen.  $\Phi_1$ ,  $P_1$  und  $T_1$  sind hierbei willkürlich festzulegende Einheitsgrößen.

$$\ln\left(\frac{\Phi}{\Phi_1}\right) = n \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + \ln a \quad \text{bzw.} \quad \ln\left(\frac{P_{el}}{P_1}\right) = m \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + \ln b$$

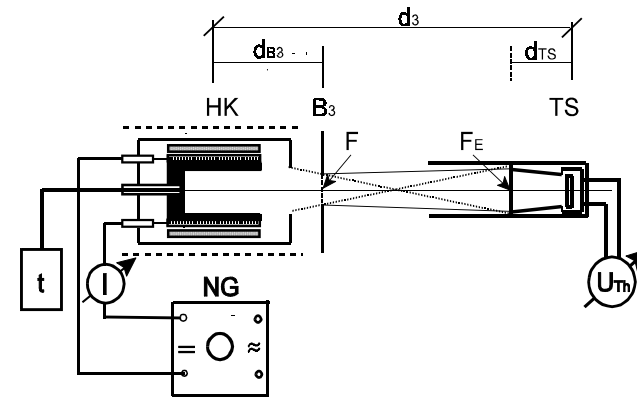
Aus den Steigungen  $n$  bzw.  $m$  von Ausgleichsgeraden durch die Messpunkte sind die Exponenten  $n$  und  $m$  bestimmen.

Diskutieren Sie zunächst das Ergebnis für  $n$  und  $m$  hinsichtlich der Auswirkung möglicher systematischer Abweichungen vom geradlinigen Verlauf der Messpunkte in den obigen Auftragsungen (Potenzgesetze). Betrachten Sie zur Diskussion (bzw. Korrektur) einzelner möglicher Mess- oder Ablesefehler insbesondere bei der Temperaturbestimmung den elektrischen Widerstand  $R(T)$  der Glühlampe, indem Sie  $R$  über  $T$  auftragen. Der elektrische Widerstand  $R$  sollte nahezu linear mit der Wendeltemperatur  $T$  ansteigen.

Diskutieren Sie danach mögliche Ursachen für Abweichungen für  $n$  vom Stefan-Boltzmann-Gesetz ( $n = 4$ ) für die von der Thermosäule aufgenommene Strahlungsleistung sowie für Abweichungen  $m$  vom Energiesatz, d.h. der angenommenen Energiedissipation der Lampe lediglich durch Strahlung ( $m = 4$ ).

#### 4.2 Strahlung des Graphit-Hohlkörpers

Den Versuchsaufbau zur Messung der Gesamtstrahlungsleistung eines Graphit-Hohlkörpers zeigt Abb. 5. Der Hohlkörper wird mit Gleichstrom beheizt. Der Strommesser  $I$  dient zur Kontrolle der Heizleistung und zur Einstellung der Aufwärmgeschwindigkeit. Die Temperatur  $t$  wird mit einem Thermoelement mit digitaler Temperaturanzeige bestimmt. Der Abstand der Stativ von Hohlkörper  $HK$  und Thermosäule  $TS$  sollte  $d_3 = 40$  cm betragen. Die Blende  $B_3$  (1,6 cm  $\varnothing$ ,  $F = 2,01$  cm<sup>2</sup>) im Abstand  $d_{B3} = 8$  cm verhindert, dass Strahlung des Hohlkörper-



**Abb. 5:** Versuchsaufbau zur Bestimmung der Strahlungsleistung des Graphit-Hohlkörpers  $HK$ ;  $NG$  DC-Netzgerät zur Heizung mit Strommesser  $I$ ;  $t$  Temperaturmessgerät;  $B_3$  Blende;  $TS$  Thermosäule mit Spannungsmesser  $U_{Th}$

gehäuses von der Thermosäule erfasst wird. Sie begrenzt zugleich die strahlende Fläche auf  $\approx F$ . Die Fläche der Eintrittsöffnung der Thermosäule beträgt  $F_E = 4,52$  cm<sup>2</sup> und liegt um  $d_{TS} = 4$  cm vor dem Stativ von  $TS$ .

Es sind Messungen von Temperatur  $t$  und Thermospannung  $U_{Th}$  bei steigender Temperatur zwischen Raumtemperatur und 500°C in Schritten von ca. 20°C durchzuführen. Stellen Sie vor Beginn der Messungen das Millivoltmeter  $U_{Th}$  wie zuvor bei der Glühlampenstrahlung auf Null.

Beginnen Sie das Aufheizen des Hohlkörpers zunächst mit geringem Heizstrom (ca. 2 A). Die Aufheizrate sollte ungefähr 20°C / min betragen. Dies wird mit folgenden Strömen erreicht:

>60°C: 3 A; >140°C: 3,5 A; >180°C: 4 A; >300°C: 4,5A; >400°C: 5A

Nach der letzten Messung bei ca. 500°C ist die Heizung sofort auszuschalten, so dass die Temperatur nicht weiter ansteigt.

In der Auswertung ist die von der Thermosäule registrierte Thermospannung  $U_{Th}$  über der Kelvintemperatur  $T^4$  des Hohlkörpers aufzutragen und eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte zu zeichnen.

$$U_{Th} = s T^4 - \text{const.}$$

Die Konstante berücksichtigt, dass die Thermospannung bei Raumtemperatur gleich Null gesetzt wurde. Der Vergleich der Steigung  $s$  der Geraden mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz, Gl. (12) sowie mit Gl. (16) ergibt:

$$s = \frac{\Delta U_{\text{Th}}}{\Delta T^4} = c A F \frac{\Omega}{\pi} \sigma \quad (17)$$

Hierbei sind  $c$  die Konstante aus Gl. (16),  $A$  das Absorptionsvermögen des Hohlkörpers,  $F$  seine strahlende Fläche,  $\Omega = F_E / (d_3 - d_{B3} - d_{TS})^2$  der Raumwinkel der von der Thermosäule erfassten Strahlung und  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann-Konstante. Der Faktor  $\pi$  berücksichtigt den Raumwinkel  $2\pi$  des Halbraums in Gl. (12) sowie einen Faktor 2 infolge (nahezu) senkrechter Abstrahlung des Hohlkörpers.

Bestimmen Sie aus dem Messergebnis über Gleichung (17) das Absorptionsvermögen  $A$  des Hohlkörpers. Da der Hohlkörper kein perfekter schwarzer Strahler ist, sollte  $A < 1$  sein. Diskutieren Sie Ihr Ergebnis für  $A$  und mögliche systematische Fehlerquellen des Experiments

##### 5. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was versteht man unter *Temperaturstrahlung*?
- 2) Wie lautet das *Kirchhoffsche Gesetz*?
- 3) Wie hängen die Absorption und Reflexion zusammen, wenn die Durchlässigkeit Null ist?
- 4) Was versteht man unter einem *Schwarzen Körper*?
- 5) Wie lautet das *Kirchhoffsche Gesetz*, wenn man das Emissionsvermögen des schwarzen Strahlers berücksichtigt?
- 6) Was ist ein *Grauer Strahler*?
- 7) Wie lautet die *Plancksche Strahlungsformel*?
- 8) Unter welcher Grenzbedingung erhält man daraus das *Strahlungsgesetz von Wien* und wie lautet es?
- 9) Wie lautet das *Wiensche Verschiebungsgesetz*?
- 10) Wie lautet das *Strahlungsgesetz von Stefan-Boltzmann* und wie erhält man es aus dem Plancksches Strahlungsgesetz?

- 11) Wie arbeitet ein *Pyrometer*?
- 12) Was versteht man unter der *Schwarzen Temperatur* eines Grauen Strahlers?
- 13) Ist die wahre Temperatur größer oder kleiner als die schwarze Temperatur?
- 14) Wie funktioniert ein Strahlungsempfänger mit einer *Thermosäule*?



## Versuch D 9: Lichtgeschwindigkeit in Luft, Flüssigkeiten und Glas

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III: Optik  
Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
Pohl, Bd. 3: Optik u. Atomphysik

**Stichworte:** Elektromagn. Welle: Wellenlänge  $\lambda$ , Frequenz  $\nu$ , Phasengeschwindigkeit  $c$ , Brechungsindex  $n(\epsilon, \mu)$ , Dielektrizitäts- und Permeabilitätskonstante  $\epsilon$ ,  $\mu$ , Dispersion  $n(\lambda)$ , Methoden der  $c$ -Messung, Frequenzmischung durch Modulation, Leuchtdiode, Fotodiode, Oszilloskop

### 2. Grundlagen

Sichtbares Licht breitet sich im Vakuum wie andere Wellen des elektromagnetischen Spektrums (z.B. Radiowellen, Mikrowellen, Infrarot- bzw UV-Licht, Röntgen- oder  $\gamma$ -Strahlen) für alle Frequenzen bzw. Wellenlängen mit der gleichen sog. *Vakuumlichtgeschwindigkeit*

$$c_0 = 299792456,2 \text{ m/s} \approx 2,998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

im leeren Raume aus. Die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  ist die am genauesten bekannte Naturkonstante. Die Theorie verknüpft auf Grundlage der *Maxwellschen Gleichungen* die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  (Phasengeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen) mit der elektrischen Influenz- oder Feldkonstanten  $\epsilon_0$  und der magnetischen Induktions- bzw. Feldkonstanten  $\mu_0$ :

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1)$$

In Materie ist die Lichtgeschwindigkeit darüber hinaus von der Brechzahl  $n$  bzw. der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  und Permeabilitätskonstanten  $\mu$  des Mediums abhängig.

$$c_n = \frac{c_0}{n} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (2)$$

Die Lichtgeschwindigkeit  $c_n$  ist wie die Brechzahl  $n$  bzw. Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  und Permeabilitätskonstante  $\mu$  des Mediums von der Frequenz  $\nu$  bzw. Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts abhängig (*Dispersion des Lichts*).

Ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  bekannt, lässt sich dazu *relativ* die Lichtgeschwindigkeit  $c_n$  in (optisch transparenter) Materie z.B. über die Bestimmung von  $n$  durch Brechungsversuche (vergl. z.B. Versuch D16: *Mikrowellen*) aus der Brechzahl von Glas ( $n \approx 1,5$ ) oder über Interferenzversuche (vergl. Versuch D14: *Laserinterferometer*) aus der nur wenig von 1 verschiedenen Brechzahl von Gasen (Luft:  $n \approx 1,0003$ ) ermitteln.

*Absolut* kann die Lichtgeschwindigkeit entweder indirekt mittels Gl. (1) über Messungen der elektrischen und magnetischen Feldkonstanten ermittelt werden (*Weber und Kohlrausch*, 1856) oder direkt durch Laufzeitmessungen des Lichts über bekannte Weglängen. Historisch hat als erster *O. Römer* (1676) durch astronomische Beobachtungen der Zeitabhängigkeit des sichtbaren Verschwindens des Jupitermondes Io hinter dem Planeten in Abhängigkeit von der über das Jahr veränderten (berechenbaren) Entfernung Jupiter-Erde einen (endlichen) Wert der Lichtgeschwindigkeit  $c = 2,3 \times 10^8 \text{ m/s}$  ermittelt. Spätere genauere Messungen von *Fizeau* (1849) nutzten zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit die periodische Unterbrechung eines Lichtstrahls durch ein schnell rotierendes Zahnrad vor und nach Durchlaufen einer bekannten Weglänge im Labor aus. *Foucault* (1869) benutzte einen schnell rotierenden Spiegel, um die Lichtgeschwindigkeit aus dem seitlichen Versatz eines reflektierten Lichtstrahls nach Durchlaufen einer bekannten Wegstrecke zu bestimmen.

Weitere (noch genauere) Messverfahren der Lichtgeschwindigkeit beruhen u.a. auf Frequenz- und Wellenlängenmessungen, d.h. Messungen der Phasengeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen (als stehende Wellen bzw. Wellen in Hohlraumresonatoren, vergl. Versuch D16). Als Frequenznormale werden die Eigenfrequenzen der Schwingungen von Atomen bzw. Molekülen benutzt.

Im vorliegenden Versuch wird die Lichtgeschwindigkeit durch die Bestimmung der Phasen- bzw. Zeitdifferenz zweier hochfrequenter elektr. Spannungssignale ermittelt, von denen eines durch die Laufzeit über eine bekannte kurze Wegstrecke relativ zum anderen, dem sog. Referenzsignal, verzögert wird.

Zur Erläuterung des Verfahrens sei ein Sender S betrachtet, der mittels einer hochfrequenten Spannung

$$U_S = U_0 \sin(2\pi \nu t) \quad (3)$$

ein mit der Frequenz  $\nu$  entsprechend moduliertes Lichtsignal der Intensität  $I$

emittiert:

$$I = I_0 + I_1 \sin(2\pi \nu t) \quad (4)$$

Das Lichtsignal  $I$  wird von einem Empfänger  $E$ , der sich von  $S$  im Abstand  $s$  befindet, in ein Wechselspannungssignal  $U_E$  umgewandelt.

$$U_E = U_1 \sin(2\pi \nu t - \varphi) \quad (5)$$

Die Spannungen  $U_S$  und  $U_E$  unterscheiden sich - abgesehen von ihren Amplituden - in ihren Phasen. Die Phasendifferenz  $\varphi$  von  $U_E$  und  $U_S$  lässt sich (bis auf eine gerätebedingte und einstellbare Konstante  $\varphi_0$ ) durch die Laufzeit  $t_s$  bzw. den zurückgelegten Lichtweg  $s$  und die Geschwindigkeit  $c_n$  des Lichtsignals darstellen:

$$\varphi - \varphi_0 = 2\pi \nu t_s = 2\pi \nu \frac{s}{c_n} \quad (6)$$

Um die Konstante  $\varphi_0$  in Gl. (6) zu eliminieren, wird nicht die Phase  $\varphi$  selbst sondern ihre Änderung  $\Delta\varphi$  bzw. die Änderung  $\Delta t_s$  der Laufzeit in Abhängigkeit von der Änderung des Lichtweges  $\Delta s$  bestimmt, also:

$$\Delta\varphi = 2\pi \nu \Delta t_s = 2\pi \nu \frac{\Delta s}{c_n} \quad (7)$$

Aus Gl. (7) ist ersichtlich, dass die Änderung der Phase  $\Delta\varphi$  proportional zur Modulationsfrequenz  $\nu$  ist. Bei entsprechend hoher Frequenz  $\nu$  kann selbst bei kurzer Streckenänderung  $\Delta s$  die Änderung der Phase beträchtlich sein: So ist z.B. für  $\Delta s = 5$  m und die im Versuch benutzte Frequenz  $\nu = 60$  MHz die Phasendifferenz  $\Delta\varphi = 2\pi$ , entspricht also einer vollen Periode der Schwingung.

Nachteilig ist jedoch die relativ schwierige bzw. ungenaue Darstellung der Phasendifferenz solch hochfrequenter Signale mit einem einfachen Oszilloskop (mit einer oberen Grenzfrequenz von ca. 30 MHz). Es wird deshalb im vorliegenden Versuch nicht die Phasendifferenz der Spannungen  $U_S$  und  $U_E$  direkt bestimmt. Vielmehr werden die Signale  $U_S$  und  $U_E$  mit einem weiteren Signal  $U'$  mit der nahe bei  $\nu = 60$  MHz liegenden Frequenz  $\nu' = 59,9$  MHz überlagert (d.h. multipliziert). Die dabei entstehenden Spannungen  $U_S'$  und  $U_E'$  haben die Form

$$U_S' = U_0 \sin(2\pi \nu t) \cos(2\pi \nu' t) = \frac{U_0}{2} \left( \sin(2\pi(\nu - \nu')t) + \sin(2\pi(\nu + \nu')t) \right)$$

$$U_E' = U_1 \sin(2\pi \nu t - \varphi) \cos(2\pi \nu' t) = \quad (8)$$

$$\frac{U_1}{2} \left( \sin(2\pi(\nu - \nu')t - \varphi) + \sin(2\pi(\nu + \nu')t - \varphi) \right)$$

Mittels Frequenzfiltern (sog. Tiefpässen) werden die hochfrequenten Signalanteile mit den Frequenzen  $\nu + \nu'$  herausgefiltert. Die verbleibenden niederfrequenten Spannungen  $U_S''$  sowie  $U_E''$  mit der Frequenz  $\nu_1 = \nu - \nu' = 100$  kHz:

$$U_S'' = \frac{U_0}{2} \sin(2\pi \nu_1 t) \quad (9)$$

$$U_E'' = \frac{U_1}{2} \sin(2\pi \nu_1 t - \varphi) = \frac{U_1}{2} \sin(2\pi \nu_1 (t - t_\varphi))$$

können leicht mit einem einfachen Oszilloskop dargestellt und hinsichtlich ihrer Phasendifferenzänderung  $\Delta\varphi$  bzw. ihres Zeitversatzes\*  $\Delta t_\varphi = \Delta\varphi / 2\pi \nu_1$  in Abhängigkeit von der Änderung  $\Delta s$  des Lichtweges untersucht werden. Ersetzen von  $\Delta\varphi$  in Gl. (7) durch  $\Delta t_\varphi$  liefert mit  $\nu = 6 \times 10^7$  Hz und  $\nu_1 = 10^5$  Hz für die Lichtgeschwindigkeit:

$$c_n = \frac{\nu}{\nu_1} \frac{\Delta s}{\Delta t_\varphi} = 600 \frac{\Delta s}{\Delta t_\varphi} \quad (10)$$

Mit Gln. (8) u. (9) bleibt festzuhalten, dass durch die Amplitudenmodulation zweier hochfrequenter ( $\nu$ ), phasendifferenzter ( $\varphi$ ) Spannungen mit einer nahezu frequenzgleichen Spannung ( $\nu'$ ) mit vergleichbarer Amplitude und nachfolgender Tiefpassfilterung zwei entsprechend niederfrequente Spannungen mit der

---

\*) Es sei hier erwähnt, dass der Zeitversatz  $\Delta t_\varphi$  nicht der Zeit  $\Delta t$  des Lichtstrahls zum Durchlaufen der Weglängendifferenz  $\Delta s$  entspricht. Diese ist mit Gln. (7) u. (10):  $\Delta t = \Delta t_\varphi \nu_1 / \nu$ , also viel kürzer als  $\Delta t_\varphi$ .

Differenzfrequenz ( $\nu_1 = \nu - \nu'$ ) entstehen, deren Phasendifferenz ( $\varphi$ ) jedoch die gleiche wie die der ursprünglichen hochfrequenten Spannungen ist.

Dieses Verhalten wird im vorliegenden Versuch benutzt, um die Lichtgeschwindigkeit in Luft, Flüssigkeiten und Glas im Labor, d.h. auf geringen Lichtwegdistanzen zu bestimmen.

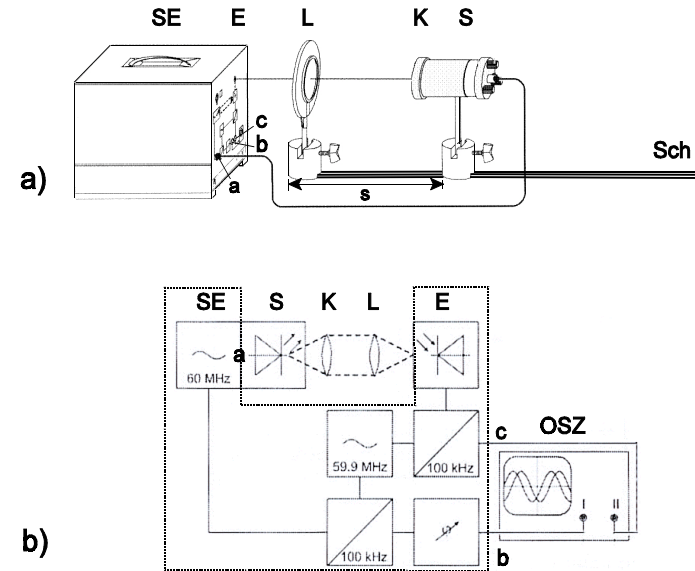
### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Lichtgeschwindigkeit in Luft aus der Änderung der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  bzw. Zeitdifferenz  $\Delta t_\varphi$  zwischen den hochfrequent modulierten und frequenzreduzierten Signalspannungen eines Lichtempfängers E und eines um den Abstand  $\Delta s$  von E verschobenen Lichtsenders S.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie aus der Zeitdifferenz  $\Delta t_\varphi$  infolge eines in den Lichtweg gestellten Wasserzylinders die Lichtgeschwindigkeit in bzw. den Brechungsindex von Wasser.
- 3. Aufgabe:** Bestimmen Sie den Brechungsindex von Plexiglas und Glycerin, indem Sie analog zur 2. Aufgabe in den Lichtweg einen Plexiglaskörper sowie einen mit Glycerin gefüllten Glasbehälter stellen.

### 4. Versuchsaufbau

Den Versuchsaufbau zeigt schematisch Abb. 1a. Ein Sende-Empfangsgerät SE betreibt den Lichtsender S, eine im Lampengehäuse achsial zentrierte (rote) Leuchtdiode, mit einer mit 60 MHz modulierten Wechselspannung. Das emittierte Licht wird mit der Kondensorlinse K in etwa zu einem parallelen Lichtbündel gesammelt und von der Sammellinse L auf den im Sende-Empfangsgerät montierten Empfänger E, eine Fotodiode, fokussiert. Die Abstandsänderung  $\Delta s$  von Sender S und Empfänger E kann durch Verschieben des Senders auf einer mit Millimeterteilung versehenen Weglängenskala s einer Schiene Sch variiert werden. Die der Lichtwegänderung  $\Delta s$  entsprechende Änderung der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  bzw. des Zeitversatzes  $\Delta t_\varphi$  von Referenz- und Empfängerspannung wird mittels eines an den (auf 100 kHz frequenzreduzierten) Ausgängen b und c angeschlossenen Oszilloskops OSZ bestimmt. Abb.1b zeigt das entsprechende Blockschaltbild.

Geht man davon aus, dass die Weglängenänderung  $\Delta s$  leicht hinreichend genau



**Abb. 1:**

a) Versuchsaufbau des Lichtwegs zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit: SE Licht-Sende-Empfangsgerät mit Signalausgängen a, b, c; E Lichtempfänger, L Sammellinse, K Kondensorlinse, S Lichtsender; Sch Schiene mit Millimeterskala zur Wegmessung s; b) Blockschaltbild der Sende-Empfangseinheit mit HF-Generatoren (60 u. 59,9MHz), Empfänger E, Mischeinheiten (100 kHz), Phasenschieber ( $\varphi$  variabel) und Signalausgängen b und c zur Bestimmung der Phasendifferenz zwischen Referenz- und Empfangssignal mit einem Oszilloskop OSZ (Kanal I bzw. II).

(d.h. auf einen relativen Fehler von ca.  $10^{-3}$ ) bestimmt werden kann, ist der Fehler in der Messung des Zeitversatzes  $\Delta t_\varphi$  mit dem Oszilloskop (neben möglichen Fehlern in den Frequenzen  $\nu$  und  $\nu_1$ ) der entscheidende Fehler in der Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit. Um diesen Fehler zu minimieren, ist folgendes im experimentellen Aufbau zu beachten:

- a) Die Sende-Empfangseinheiten müssen so gut wie möglich thermisch stabil gehalten werden. Die Geräte sind deshalb ca. eine halbe Stunde vor Beginn der Messungen einzuschalten.

b) Bei der Variation des Lichtweges  $s$  zwischen Sender und Empfänger ist eine möglichst konstante Amplitude der Empfängerspannung zu erhalten. Daher sollten die Leuchtdiode S, die Kondensorlinse K, die Sammellinse L und der Empfänger E - unabhängig von  $s$  - auf derselben optischen Achse liegen.

Die Leuchtdiode S wird durch drei Schrauben an der Rückseite des Lampengehäuses optimal zur Kondensorlinse zentriert. Der Abstand S - K kann durch Verschieben des Lampeneinsatzes im Gehäuse (mit Kondensor) variiert werden, so dass - zunächst ohne die Sammellinse - der Lichtfleck an der Empfängerfront (nach gleicher Höheneinstellung von S und E) unabhängig vom Abstand S - E (zwischen 30 u.120 cm) etwa gleich groß auf der Oberfläche des Empfängers erscheint. Danach wird die Sammellinse so auf die Schiene gesetzt, dass ihr Stativfuß mit der linken Kante an der dem Sende-Empfangsgerät zugewandten Ende der Schiene liegt.

Das Sende-Empfangsgerät ist so auszurichten, dass der Strahlfleck konzentrisch auf der Empfängeröffnung liegt. Es wird empfohlen, einen Abstand von ca. 14 cm zwischen der Hauptebene der Sammellinse ( $f = 15$  cm) und der Front des Sende-Empfangsgerätes zu wählen. Gegebenenfalls ist jedoch dieser Abstand zu verändern, um eine Übersteuerung der Empfangsdiode (d.h. nichtlineares Signal- sowie fehlerhaftes Phasenverhalten) zu vermeiden (s.u.)

c) Um den Fehler bei der Messung des Zeitversatzes  $\Delta t_\phi$  mit dem Oszilloskop in Abhängigkeit von der Weglängenänderung  $\Delta s$  möglichst gering zu halten, ist das Oszilloskop für die Messungen *optimal* einzustellen. Es werden im folgenden deshalb kurz die wichtigsten Einstellungen des im Versuch benutzten Oszilloskops beschrieben. Es wird empfohlen, dass Sie vor Beginn der eigentlichen Messungen diese Einstellungen gezielt verändern, um sich einerseits mit der Handhabung des Oszilloskops vertraut zu machen und um andererseits die Auswirkung der Einstellungen auf die Bildschirmanzeige und die damit verbundenen möglichen Fehler bei der Ablesung des Zeitversatzes  $\Delta t_\phi$  abzuschätzen zu können.

Abb. 2 zeigt die Frontansicht des im Versuch benutzten Oszilloskops. Links in der Bildschirmanzeige wird der zeitliche Verlauf  $U(t)$  von zwei Wechselspannungen  $U_I$  bzw.  $U_{II}$  dargestellt, welche an den im rechten Teil der Front unten links bzw. mittig sichtbaren Eingangsbuchsen (INPUT CH I und INPUT CH II) - über Koaxialkabel mit den Ausgängen b und c des Sende-Empfangsgeräts verbunden - anliegen. Die am Ausgang b des Sende-Empfangsgeräts liegende und mit Kanal I verbundene Referenzspannung  $U_I$  bestimmt als sog. *Triggerspannung* die (einstellbare) Phasenlage des Signals  $U_I$  am linken Bildrand (z.B. den im Bild gezeigten Nulldurchgang der Sinuskurve), die am Ausgang c von SE mit Kanal II verbundene *Signalspannung*  $U_{II}$  ist auf dem Bildschirm in ihrem Nulldurchgang

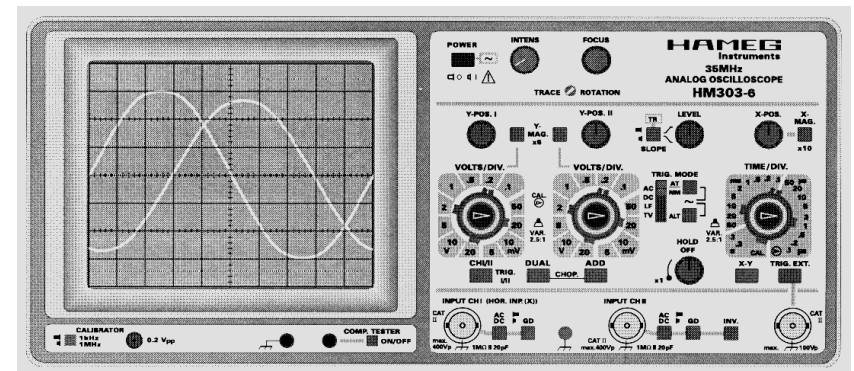


Abb. 2:

Frontansicht des benutzten Zweikanal-Elektronenstrahl-Oszilloskops mit links: Anzeigebildschirm, rechts: wesentlichen Einstellelementen: obere Reihe: Netzspannungsschalter, Helligkeits- und Strahlfokusregler; mittlere Reihe: Stufenschalter für Eingangsspannungen Kanal I/II und Zeitablenkung, darüber Regler/Taster für y- bzw. x-Position/Ablenkung des Elektronenstrahls sowie für Einsatzzpunkt am linken Bildrand (Trigger) und darunter liegende Wahl-tasten für Triggermode; unter Kanal I/II Stufenschaltern Wahl-tasten für die Bild-darstellung; untere Reihe: Koaxial-Eingangsbuchsen für Kanal I/II/Trigger mit Tasten der Eingangsbeschaltung

entsprechend um die Zeit  $t_\phi$  (hier z.B. drei Kästchen) versetzt dargestellt.

Der Bildschirm ist in  $10 \times 8$  Bildquadrate (je  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ) eingeteilt, den sog. *Divisions* (Teilungen). Die der vertikalen Teilung entsprechenden Momentanspannungen von  $U_I$  und  $U_{II}$  sind für jeden Kanal getrennt an den im rechten Teil in mittlerer Höhe links bzw. mittig liegenden Drehknöpfen (VOLTS/DIV) in kalibrierten Werten einstellbar (die für variable Einstellungen vorgesehenen zentrisch liegenden roten Knöpfe sind hierbei jeweils auf den rechten Anschlag zu drehen). Am rechts außen liegenden Drehknopf (TIME/DIV) ist das der horizontalen Teilung entsprechende Zeitintervall für beide Kanäle gemeinsam in kalibrierten Werten einstellbar (auch hierbei ist die variable Einstellung des zentralen roten Drehknopfes auf den rechten Anschlag zu drehen).

Die über den jeweiligen Stufenschaltern der Kanäle I und II und der Zeitablenkung liegenden Regler (y-Position, x-Position) ermöglichen u.a. die vor allem bezüglich der t-Achse ( $y = 0$ ) wichtige symmetrische Einstellung der *Signalspannung*  $U_{II}$ . Ihre Nullposition auf dem Bildschirm bestimmt die wichtige Messgröße  $t_\phi$ . Sie ist durch Unterbrechung des Lichtweges (Papier oder Hand)

leicht zu kontrollieren und entsprechend einzustellen. Wird dies nicht gemacht, verursacht eine mögliche Intensitätsänderung des Lichtsignals bzw. Amplitudenänderung von  $U_{II}$  eine scheinbare Phasenänderung, da der Durchgang durch die t-Achse dann möglicherweise nicht bei  $U_{II} = 0$  registriert wird.

Neben diesen Reglereinstellungen sind noch drei weitere Regler wichtig: Rechts neben dem Netz-Ein/Austaster zwei Regler für Helligkeit und Fokus des Elektronenstrahlbildes, darunter in der Reihe der y- bzw. x-Positionsregler der Trigger-Regler. Mit ihm kann der Trigger-Level, d.h. die Phasenlage des Strahlbeginns von  $U_I$  am linken Bildrand - und damit gleichzeitig die von  $U_{II}$  - verändert werden. Für die Bestimmung der Phasen- bzw. Zeitverschiebung der Spannung  $U_{II}$ , z.B. infolge Verschiebens des Senders, ist es zum leichteren Ablesen zweckmäßig, einen bestimmten Referenzpunkt einzustellen. Die neben den x- bzw. y-Positionsreglern liegenden Verstärkertasten (Bildvergrößerung) bleiben auf den Faktor 1 getastet.

Der Trigger-Mode wird (unter dem Trigger-Regler) auf *AT* (automatische Triggerung) und *AC* eingestellt. Von den Wahltasten unter den Spannungsschaltern  $U_{I,II}$  wird nur die mittlere Taste *Dual* gedrückt. Die Wahltasten an den Eingangsbuchsen  $U_{I,II}$  sind auf *AC* zu stellen.

## 5. Versuchsdurchführung

### 5.1 Lichtgeschwindigkeit in Luft

Bauen Sie den Versuch wie in Abb. 1 gezeigt und zuvor beschrieben auf. Schalten Sie die Geräte zur thermischen Stabilisierung ein.

Stellen Sie zunächst zur Überprüfung der Signalspannungen die Spannungsschalter CH I und CH II auf 2 V/DIV, die Zeitablenkung TIME auf 0,5  $\mu$ s/DIV. Stellen Sie sicher, dass durch Verändern des Abstandes S - E die Amplitude der Spannung  $U_{II}$  immer unterhalb 6 V (3 cm auf dem Schirm) bleibt. Andernfalls ist das Signal übersteuert (etwas oberhalb 6V *abgeflacht* auf dem Schirm sichtbar). Des weiteren ist dann auch die Phasenlage des Nulldurchgangs von  $U_{II}$  deutlich verschoben. Dies wird bei einer Einstellung CH II: 0,1 V/DIV u. TIME: 0,1  $\mu$ s/DIV sichtbar.  $U_{II}$  erscheint als Doppelstrahl (wahrscheinlich infolge einer geringen Modulation niedrigerer Frequenz). Beziehen Sie sich bei entsprechenden Messungen auf einen Teilstrahl. Durch Abschatten des Lichtstrahls mit einem Papier wird beim übersteuerten Signal die Phase zunächst auf dem Schirm nach links verschoben, bevor die Amplitude (Steigung des Kurvensegments) deutlich abnimmt. Verändern Sie in diesem Fall des Abstand zwischen Linse und Empfänger, bis der Phasenversatz praktisch verschwindet. Die Vermeidung einer

Übersteuerung ist vor allem bei der Durchführung der 2. und 3. Aufgabe wichtig, um grobe Fehlmessungen zu verhindern.

Für die Messung der Lichtgeschwindigkeit in Luft sind die Einstellungen CH I: 0,5 V/DIV; CH II: 0,1 V/DIV; TIME: 0,2  $\mu$ s/DIV zu wählen.

Verschieben Sie das Lampengehäuse des Senders mit seinem Fuß so auf der Schiene, dass er mit der linken Kante beim Skalenwert des Weges  $s = 0,1$  m also dicht bei der Sammellinse liegt. Verschieben Sie danach durch Verändern des Phasenschiebers am Empfänger oder des Trigger-Levels den Nulldurchgang der Spannung  $U_{II}$  auf den linken Rand des Bildschirms und überprüfen Sie nochmals durch Strahlunterbrechung die korrekte Nulllage von  $U_{II}$  auf der Zeitachse. Notieren Sie den Zeitpunkt  $t_\varphi$  des Nulldurchgangs (auf geschätzte 1/10 - Divisions genau).

Verschieben Sie nun den Sender in Schritten von 0,1 m bis auf die Wegmarke  $s = 1,0$  m und bestimmen Sie jeweils den Zeitpunkt  $t_\varphi$  des Nulldurchgangs wie zuvor. Wiederholen Sie diese Messreihe einmal.

Tragen Sie in der Auswertung  $s(t_\varphi)$  auf Millimeterpapier auf und bestimmen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte. Bestimmen Sie aus der Geradensteigung  $\Delta s/\Delta t_\varphi$  mit Gl. (10) die Lichtgeschwindigkeit  $c_L$  in Luft. Schätzen Sie durch Verändern der Geradensteigung (in vernünftigen Grenzen!) den Fehler bei der Bestimmung von  $c_L$  ab. Bei Verwendung eines PCs für einen linearen Fit der Messdaten ist der beim Fit-Ergebnis angegebene Fehler der Steigung zu verwenden. Diskutieren Sie das Ergebnis im Vergleich mit dem Literaturwert von  $c_L$ . Ein eventueller Fehler im Verhältnis der Frequenzen  $\nu / \nu_1$  kann hierbei vernachlässigt werden.

### 5.2 Lichtgeschwindigkeit in Wasser

Schieben Sie den Lichtsender ganz an das rechte Ende der Schiene, so dass zwischen Sender und Sammellinse der mit Wasser gefüllte Metallzylinder (Wasserweg  $s = 1$  m) gestellt werden kann. Stellen Sie zunächst den Nulldurchgang der Spannung  $U_{II}$  ohne den Wasserzylinder ein. Die Einstellung des Oszilloskops ist hier:

CH I: 0,5 V/DIV; CH II: 0,1 V/DIV; TIME: 0,1  $\mu$ s/DIV.

Kontrollieren Sie auch hier durch Unterbrechung des Lichtstrahls, ob die Zeitachse dem Nullwert von  $U_{II}$  entspricht. Legen Sie den Nulldurchgang von  $U_{II}$  (rechter Teilstrahl) auf  $t_{\varphi 1} = - 4,0$  DIV.

Stellen Sie nun vorsichtig den Wasserzylinder auf die Schiene in den Lichtweg,

ohne dass er den Lichtsender oder die Linse berührt. Bestimmen Sie  $t_{\varphi 2}$  sowie  $\Delta t_{\varphi} = t_{\varphi 2} - t_{\varphi 1}$ .

Wiederholen Sie den Versuch mit der Einstellung CH II: 50mV/DIV (Nullage kontrollieren!)

Bestimmen Sie in der Auswertung aus dem Mittelwert der Zeitdifferenzen  $\Delta t_{\varphi}$  (einschließlich Fehlerabschätzung) die Brechzahl  $n$  von Wasser für rotes Licht.

Anmerkung: Mit Gln. (2), (7) u. (10) folgt für die Differenz  $\Delta t$  der Laufzeiten des Lichts durch  $s = 1$  m Wasser bzw. Luft:

$$\Delta t = \frac{v_1}{v} \Delta t_{\varphi} = \frac{s}{c_L} (n - 1) \quad (11)$$

Vergleichen Sie die ermittelte Brechzahl mit Literaturdaten.

### 5.3 Brechzahl von Plexiglas und Glycerin

Es wird analog zum vorherigen Versuchsteil die Laufzeitdifferenz des Lichts ermittelt, welche durch einen  $s = 5$  cm langen in den Lichtstrahl gestellten Plexiglaszylinder bzw. einen mit Glycerin gefüllten Spiegelglasbehälter (Innenkantenlänge ebenfalls 5 cm) entsteht. Dazu ist der Lichtsender etwa auf die Marke 0,3 m zu stellen, zwischen Sender und Linse ein zunächst leerer Prismenstisch. Benutzen Sie die Oszilloskop-Einstellungen:

CH I: 0,5 V/DIV; CH II: 0,1 V/DIV; TIME: 0,1  $\mu$ s/DIV. (Nullagenkontrolle!).

Messung mit Glaskörper:

Stellen Sie den Nulldurchgang von  $U_{II}$  auf  $t_{\varphi 1} = 0$  DIV. Bestimmen Sie  $t_{\varphi 2}$ , nachdem Sie den Plexiglaszylinder (mit den Endflächen senkrecht zum Lichtstrahl) auf den Prismenstisch gestellt haben.

Wiederholen Sie den Versuch zweimal und notieren Sie geschätzte Ablesefehler von  $t_{\varphi}$ .

Berechnen Sie in der Auswertung aus dem Mittelwert  $\Delta t_{\varphi} = t_{\varphi 2} - t_{\varphi 1}$  (einschl. geschätztem Fehler) mit Gl. (11) die Brechzahl  $n$  des Glaskörpers. Vergleichen Sie das Ergebnis mit einem Literaturwert  $n$  für Plexiglas.

Messung mit Glycerinbehälter:

Stellen Sie zunächst ohne den Behälter wie zuvor den Nulldurchgang von  $U_{II}$  auf

$t_{\varphi 1} = 0$  DIV. Stellen Sie dann den leeren Behälter (mit seinen Flächen senkrecht zum Lichtstrahl) in den Lichtweg und prüfen Sie, ob der Nulldurchgang von  $U_{II}$  merklich verschoben ist. Dies sollte nicht der Fall sein. Schütten Sie danach langsam und vorsichtig das Glycerin in den Behälter, bis dieser etwas weniger als 1 cm unterhalb der Oberkante gefüllt ist. Bestimmen Sie  $t_{\varphi 2}$ .

Verfahren Sie in der Auswertung, wie bei der Messung mit dem Glaskörper und bestimmen Sie die Brechzahl von Glycerin. Schätzen Sie den Fehler für  $n$  aus dem Ablesefehler des Oszilloskops ab und vergleichen Sie das Messergebnis mit dem Literaturwert.

Literaturwerte (Kohlrausch; Praktische Physik Bd. 3):

$n(\text{Wasser, H}_2\text{O}) = 1,333$  ( $\lambda = 589$  nm,  $t = 20^\circ\text{C}$ )  
 $n(\text{Plexiglas M222}) = 1,491$  ( $\lambda = 589$  nm,  $t = 20^\circ\text{C}$ )  
 $n(\text{Glycerin, C}_3\text{H}_8\text{O}_3) = 1,455$  ( $\lambda = 589$  nm,  $t = 20^\circ\text{C}$ )

### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Durch welche Größen sind *elektromagnetische Wellen* charakterisiert?
- 2) Welche Wellen gehören zum Spektrum der elektromagn. Wellen? In welcher Größenordnung liegen ihre jeweiligen Wellenlängen bzw. Frequenzen?
- 3) Was ist die *Phasengeschwindigkeit* einer Welle? Wie groß ist sie für sichtbares Licht im Vakuum, wie groß in optisch transparenter Materie?
- 4) Wie unterscheidet sich die Lichtgeschwindigkeit in Luft von der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum?
- 5) Wie ist der *Brechungsindex* eines Stoffes definiert? Von welchen Materialeigenschaften hängt er ab?
- 6) Welche Messmethoden sind geeignet, die Lichtgeschwindigkeit absolut zu bestimmen, welche erlauben eine Relativbestimmung von  $c$  in verschiedenen Medien? Nennen Sie Beispiele!
- 7) Was bedeutet Dispersion des Lichts?
- 8) Beschreiben Sie das im Versuch benutzte Modulationsverfahren zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit.

## Versuch D 11: Polarisation des Lichts

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III: Optik  
Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
Pohl, Bd. 2 u. 3: Elektrizitätslehre, Optik u. Atomphysik

**Stichworte:** Licht als elektromagn. Welle: Feldvektoren, Intensität, lineare, elliptische u. zirkulare Polarisation, Dispersion, Reflexion, Brechung, Doppelbrechung,  $\lambda/4$ -Platte, Fresnelsche Formeln, Brewsterwinkel, Lichtstreuung

## 2. Grundlagen

### 2.1 Licht als elektromagnetische Welle

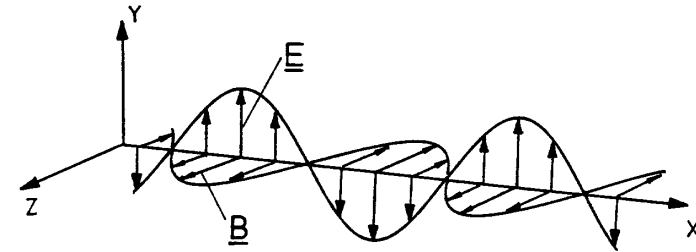
Sichtbares Licht stellt elektromagnetische Wellen mit Wellenlängen zwischen ca. 400 nm (violett) und 700 nm (rot) dar. Viele Aspekte der Ausbreitung von Licht und seiner Wechselwirkung mit Materie können klassisch durch das Verhalten elektromagnetischer Wellen erklärt werden.

Elektromagnetische Wellen werden von elektrischen und magnetischen Feldern gebildet, die zeitlich oszillierend sich im Raume ausbreiten. Diese Felder sind nicht unabhängig voneinander. Ihr Zusammenhang wird durch die Maxwell'schen Gleichungen beschrieben (J.C. Maxwell, 1831-79), welche besagen, dass ein sich zeitlich änderndes elektrisches Feld ein magnetisches Wirbelfeld und umgekehrt ein sich zeitlich änderndes magnetisches Feld ein elektrisches Wirbelfeld erzeugt.

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen, d.h. die Vektoren der elektr. Feldstärke  $\underline{E}$  und magn. Induktion  $\underline{B}$  stehen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle.  $\underline{E}$  und  $\underline{B}$  stehen außerdem noch senkrecht zueinander. (Zur Ausbreitung elektromagn. Wellen vergl. Versuch D16: Mikrowellen).

Betrachtet man eine ebene elektromagnetische Welle, d.h. eine sich in nur einer Richtung, z.B. der x-Richtung ausbreitende Welle, so liegen die  $\underline{E}$ - bzw.  $\underline{B}$ -Vektoren in der yz-Ebene und zeigen z.B. in die y- bzw. z-Richtung. Ihre Momentanwerte ändern sich phasengleich. Eine solche ebene Welle lässt sich darstellen als:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= (0, E_0 \sin(kx - \omega t), 0) \\ \underline{B} &= (0, 0, B_0 \sin(kx - \omega t)) \end{aligned} \quad (1)$$



**Abb.1:** Momentbild der elektrischen Feldstärke  $\underline{E}$  und magnetischen Induktion  $\underline{B}$  einer ebenen elektromagnetischen Welle, die sich in x-Richtung ausbreitet.

Ein Momentbild dieser Welle zeigt Abb.1. Die Größen  $E_0$  und  $B_0$  in Gl. (1) sind die *elektr. und magn. Amplituden* der Welle,  $k = 2\pi/\lambda$  ist die *Wellenzahl\** und  $\omega = 2\pi\nu$  die *Kreisfrequenz*. Die Intensität der Welle ist proportional zum Amplitudenquadrat  $E_0^2$ . Die Welle bewegt sich mit ihrer *Phase*  $\varphi = kx - \omega t$  mit der *Phasengeschwindigkeit*

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = v\lambda = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n} \quad (2)$$

$\epsilon$  und  $\mu$  sind die *Dielektrizitäts-* bzw. *Permeabilitätskonstante*,  $n$  ist die *Brechzahl* des Stoffes, in dem sich die Welle ausbreitet. Im Vakuum ( $\epsilon = \mu = n = 1$ ) bzw. näherungsweise in Luft ist die Phasengeschwindigkeit der elektromagn. Welle gleich der (Vakuum-)Lichtgeschwindigkeit  $c$ . In Materie ist die Phasengeschwindigkeit (und Wellenlänge, s. Gl.(2)), um den Faktor  $1/\sqrt{\epsilon\mu}$  geändert. I. Allg. ist in einem Stoff  $n > 1$ , d.h.  $v_{ph}$  und  $\lambda$  sind kleiner als die entsprechenden Größen im Vakuum.

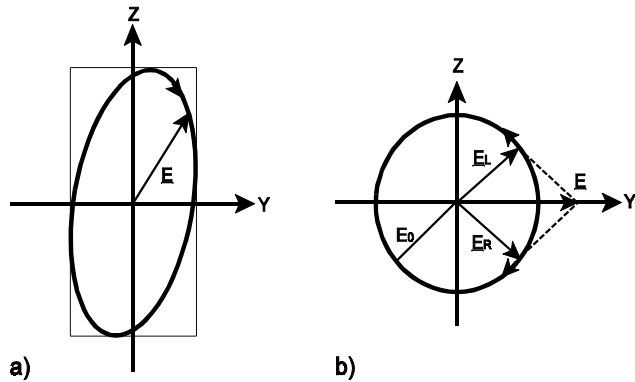
Trifft Licht auf einen optisch durchlässigen Stoff, wird ein Teil der Lichtwelle an seiner Oberfläche reflektiert, der andere dringt, i. Allg. unter *Brechung* in ihn ein. Die Intensität dieser Welle wird durch *Extinktion* (*Absorption* und *Streuung*) vermindert. Der verbleibende Rest wird z.T. an der rückseitigen Oberfläche nochmals reflektiert, z.T. tritt er, i.Allg. wieder unter Brechung, aus dem Stoff aus.

\*) Der Vektor  $\underline{k} = (k_x, k_y, k_z)$  vom Betrag der Wellenzahl wird *Wellenvektor* genannt. Er gibt zugleich die Ausbreitungsrichtung einer beliebigen Welle im Raume an:  $\underline{E}(\underline{r}) = \underline{E}_0(\underline{r}) \sin(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)$ ; Im obigen Beispiel ist  $\underline{k} = (k, 0, 0)$ ;  $\underline{k} \cdot \underline{r} = kx$ .

Die Reflexion der Lichtwelle an den Grenzflächen und ihre Ausbreitung im Volumen eines Stoffes (Dispersion, Absorption und Streuung) lässt sich im Rahmen der Maxwell'schen Theorie allgemein durch einen komplexen frequenzabhängigen Brechungsindex beschreiben. Die Reflexion hängt darüber hinaus von der Beschaffenheit der Oberfläche sowie der Polarisation der Welle ab. In einem optisch anisotropen Material (s.u.) beschreibt ein von dem Wellenvektor  $\underline{k}$  sowie der Polarisation des Lichts und der Kristallsymmetrie abhängiger Tensor  $n_{ijk}(x,y,z)$  die Lichtbrechung und -ausbreitung.

### 2.2 Lichtpolarisation

Schwingen die Vektoren  $\underline{E}$  und  $\underline{B}$  wie im oben gezeigten Beispiel in festen Raumrichtungen  $y$  und  $z$ , ist die Welle *linear polarisiert*. Die in diesem Beispiel feste  $y$ -Richtung des  $E$ -Vektors gibt die Polarisationsrichtung an. Verschieden linear polarisierte Wellen können sich zu elliptisch oder zirkular polarisierten Wellen überlagern. Im natürlichen, unpolarisierten Licht der Sonne treten die  $E$ -Vektoren der Teilwellen räumlich und zeitlich mit gleichem statistischen Gewicht auf.



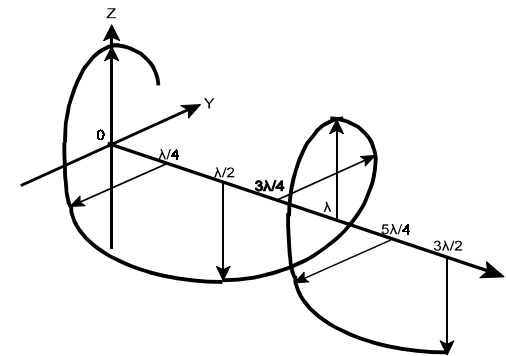
**Abb. 2:** a) Feldvektor  $\underline{E}$  einer rechts elliptisch polarisierten Welle in der  $y$ - $z$ -Ebene ( $x = 0$ ); b) Feldvektor  $\underline{E}$  (Amplitude  $2E_0$ ) einer linear pol. Welle, zerlegt in links und rechts zirkular pol. Wellen mit Feldvektoren  $\underline{E}_L$  und  $\underline{E}_R$  der Amplitude  $E_0$

Ab. 2a zeigt den Feldvektor einer allgemein (hier rechts) elliptisch polarisierten ebenen Lichtwelle, die sich in  $x$ -Richtung (aus der Zeichenebene heraus)

ausbreitet. Der Feldvektor  $\underline{E}$  beschreibt während der Periodendauer  $T = 2\pi/\omega$  eine Ellipse, deren Hauptachsen i. Allg. nicht mit den Koordinatenachsen zusammenfallen.

Abb. 2b zeigt den elektrischen Feldvektor  $\underline{E}$  einer linear in  $y$ -Richtung polarisierten ebenen Lichtwelle. Sie kann in zwei gegensinnig zirkular pol. Teilwellen mit Vektoren  $\underline{E}_L$  und  $\underline{E}_R$  zerlegt werden:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= 2E_0(0, \cos(kx - \omega t), 0) \\ \underline{E}_{L,R} &= E_0(0, \cos(kx - \omega t), \pm \sin(kx - \omega t)) \end{aligned} \quad (3)$$



**Abb. 3:** Momentbild des  $E$ -Vektors einer ebenen rechts zirkular polarisierten Lichtwelle

Abb. 3 zeigt das Momentbild einer rechts zirkular polarisierten Lichtwelle. Blickt man gegen die Ausbreitungsrichtung, so hat nach der Zeit  $T = 2\pi/\omega$  die Spitze des Feldvektors einen Umlauf auf der Kreisbahn in der  $y$ - $z$ -Ebene ( $x = 0$ , s. Abb. 2) im Uhrzeigersinn durchlaufen, im gleichen Zeitintervall hat sich der Feldvektor konstanter Phase um die Strecke  $\lambda = 2\pi/k$  in die  $x$ -Richtung fortbewegt. Die Spitze des Feldvektors beschreibt also hier eine Rechtsschraube, die sich mit Lichtgeschwindigkeit in die Ausbreitungsrichtung bewegt.

Die Lichtpolarisation kann durch Reflexion und Brechung an der Grenzfläche oder Transmission innerhalb eines optisch transparenten Materials erzeugt oder beeinflusst werden.

#### 2.2.1 Polarisation durch Absorption

Zur Herstellung von linear polarisiertem Licht werden bevorzugt Polarisationsfolien benutzt. Diese bestehen aus Kunststoff, in den optisch einachsige Kristalle



bzw. Kettenmoleküle in gleicher Richtung orientiert eingebettet sind. Solche Stoffe absorbieren nichtpolarisiertes Licht aufgrund ihrer stark anisotropen elektronischen Eigenschaften so, dass die in einer bestimmten Richtung schwingende elektrische Feldkomponente der Lichtwelle maximal gedämpft wird während die senkrecht dazu schwingende Komponente nahezu ungeschwächt bleibt. (vergl. Versuch D16: Mikrowellen; Filterwirkung eines Metallstabgitters für lin. pol. Mikrowellen)

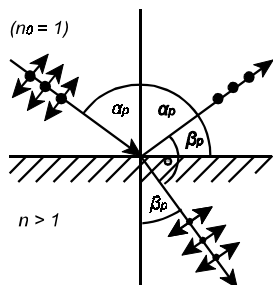
Durchläuft unpolarisiertes Licht zwei Polarisationsfilter  $P_1$  und  $P_2$  nacheinander, dient  $P_1$  als Polarisator,  $P_2$  als Analysator. Sind  $P_1$  und  $P_2$  gleich ausgerichtet, durchtritt das vom Filter  $P_1$  linear polarisierte Licht das Filter  $P_2$  ungehindert. Steht  $P_2$  um den Winkel  $\theta$  zu  $P_1$  verdreht, wird nur die auf  $P_2$  projizierte Komponente  $E \cos \theta$  des elektrischen Feldes durchgelassen. Hat das Licht nach Passieren von  $P_1$  die Intensität  $I_1 \sim E_1^2$ , ergibt sich für die Intensität  $I_2 \sim E_2^2$  nach Passieren von  $P_2$ :

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta \quad \text{Gesetz von Malus} \quad (4)$$

### 2.2.2 Polarisation durch Reflexion

Trifft natürliches Licht unter dem Einfallswinkel  $\alpha$  auf eine Platte aus Glas (bzw. optisch transparentem u. isotropem Material) mit ebener Oberfläche, so ist das reflektierte (wie das gebrochene) Licht teilweise linear polarisiert. Der Polarisationsgrad hängt vom Einfallswinkel und Brechungsindex des Glases ab.

Vollständige Polarisation des reflektierten Strahls tritt beim Einfallswinkel  $\alpha_p$ , dem *Polarisations- bzw. Brewsterwinkel* auf (Brewster 1813). Aus der Stetigkeitsbedingung für die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes und des Energiestroms (Pointingvektor  $S \sim E^2$ ) an der Grenzfläche folgt, dass bei senkrechter Stellung von reflektiertem und gebrochenem Strahl der reflektierte Strahl vollständig senkrecht (der gebrochene Strahl lediglich bevorzugt parallel) zur Einfallsebene polarisiert ist (s. Abb. 4).



**Abb. 4:**

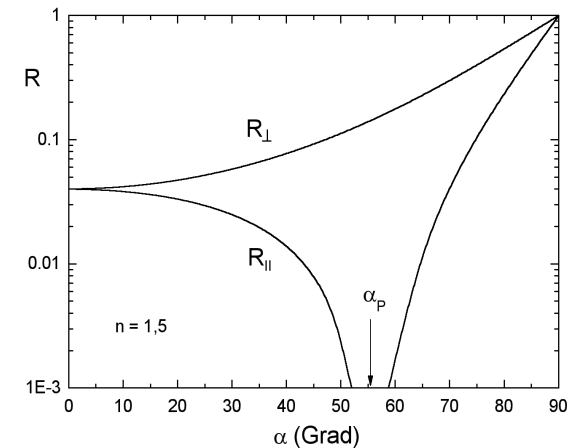
Vollständige lineare Polarisation des reflektierten Strahls beim Auftreffen unpolarisierten Lichts auf eine Grenzfläche unter dem Brewsterwinkel  $\alpha_p$

Mit dem Brechungsgesetz ergibt sich:

$$\begin{aligned} \sin \alpha_p &= n \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_p\right) = n \cos \alpha_p \\ \text{bzw.} \quad \tan \alpha_p &= n \end{aligned} \quad (5)$$

Die Reflexionskoeffizienten  $R_{||}$  und  $R_{\perp}$ , d.h. die Verhältnisse der reflektierten zur eintreffenden Lichtintensität von parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem Licht für beliebige Winkel  $\alpha$  beschreiben die *Fresnelschen Formeln* (Fresnel 1821):

$$\begin{aligned} R_{||} &= \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} = \left( \frac{n^2 \cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right)^2 \\ R_{\perp} &= \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} = \left( \frac{\cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n^2 - 1} \right)^2 \end{aligned} \quad (6)$$



**Abb. 5:** Reflexionskoeffizienten  $R_{||}$  und  $R_{\perp}$  vs. Einfallswinkel für parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht an der Grenzfläche Luft-Glas ( $n = 1,5$ ). Der Brewsterwinkel  $\alpha_p$  beträgt ca.  $56^\circ$ .

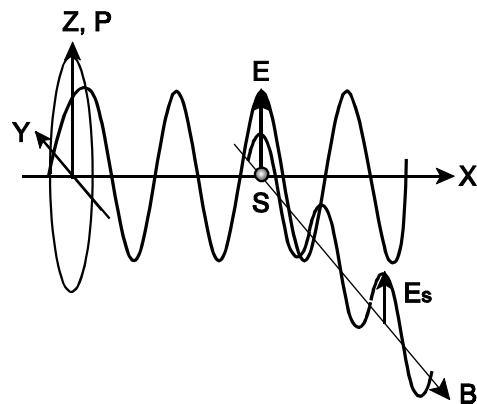
Abb. 5 zeigt den Verlauf von  $R_{\parallel}$  und  $R_{\perp}$  gem. Gln. (6) für  $n = 1,5$ . Es sei erwähnt, dass für senkrechten Lichteinfall ( $\alpha = \beta = 0$ ) aus den oben erwähnten Stetigkeitsbedingungen das Reflexionsvermögen  $R$  eines optisch transparenten Materials wie Glas an jeder Grenzfläche Luft-Glas bzw. Glas-Luft

$$R = \left( \frac{1 - n}{1 + n} \right)^2 \quad (7)$$

beträgt. Mit  $n \approx 1,5$  ist  $R = 4 \%$  (s. Abb. 5).

### 2.2.3 Polarisation durch Streuung

Wird Licht z.B. durch Luftmoleküle oder Staubteilchen in der Luft gestreut, so geschieht dies, weil die streuenden Teilchen in der Lichtwelle polarisiert werden und ihr zeitlich veränderliches elektrisches Dipolmoment seinerseits die Aussendung einer Lichtwelle verursacht. Die Welle wird maximal senkrecht zur Richtung des elektrischen Feldes abgestrahlt, nicht jedoch genau in Feldrichtung. Das senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der (unpolarisierten) Lichtwelle gestreute Licht ist zudem linear polarisiert. Abb. 6 zeigt schematisch den Streuvorgang zur Erläuterung:



**Abb. 6:**

Polarisation durch Lichtstreuung:  
 P Polarisator,  
 E Feld des pol. Lichts,  
 S Streuzentrum,  
 $E_s$  Feld des in B-Richtung gestreuten Lichts,

Das sich in x-Richtung ausbreitende Licht sei durch einen Polarisator P in z-Richtung linear polarisiert. Das E-Feld der Welle erzeugt im Streuzentrum S ein in

z-Richtung schwingendes elektrisches Dipolmoment, welches die Emission einer Lichtwelle verursacht. Diese von S ausgehende Lichtwelle breitet sich hauptsächlich in der x-y-Ebene aus, so auch in B-Richtung und dort mit parallel zur z-Richtung liegender Polarisation (Feld  $E_s$ ). Wird der Polarisator in y-Richtung gedreht, liegt die Polarisation der Lichtwelle parallel zur y- und B-Richtung und mit ihr das Dipolmoment des Streuzentrums. Da der E-Vektor einer Lichtwelle immer transversal zur Ausbreitungsrichtung liegt, kann sich die von S gestreute Welle nicht in B-Richtung ausbreiten.

### 2.2.4 Doppelbrechung, $\lambda/4$ -Platte

Manche optisch transparenten Stoffe, wie z.B. Kalkspat (Calcit,  $\text{CaCO}_3$ ), verhalten sich aufgrund ihrer niedrigen Kristallsymmetrie optisch anisotrop. Die Phasengeschwindigkeit des Lichts hängt in solchen Stoffen von der Ausbreitungsrichtung und Polarisation relativ zu den Kristallachsen ab.

Bei der *linearen Doppelbrechung* wird ein paralleles Lichtbündel, wenn es in den Stoff eintritt, in zwei Strahlen aufgespalten, einen *ordentlichen Strahl* mit Brechzahl  $n_o$ , welche unabhängig von der Ausbreitungsrichtung des Lichts ist, und einen *außerordentlichen Strahl* mit Brechzahl  $n_{ao}$ , welche von der Ausbreitungsrichtung des Lichts abhängt. Beide Lichtwellen haben also i. Allg. unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten. Sie sind zudem senkrecht zueinander linear polarisiert. Man unterscheidet von dieser *linearen Doppelbrechung* die *zirkulare Doppelbrechung*, bei der sich die Phasengeschwindigkeiten zirkular gegensinnig polarisierter Lichtwellen (s. Abb. 2) unterscheiden.

Durchläuft linear polarisiertes Licht eine sog.  $\lambda/4$ -Platte, d.h. eine dünne (linear) doppelbrechende Platte geeigneter Orientierung und Dicke, so dass beim Lichteintritt die Teilwellen die gleiche Amplitude haben und beim Lichteintritt gleiche Phasen der Teilwellen eine Weglängendifferenz von  $\lambda/4$  haben bzw. eine Teilwelle die Phasendifferenz  $\pi/2$  zur anderen aufweist, entsteht zirkular polarisiertes Licht. Zur Erläuterung sei  $\underline{E}_I$  die an der Vorderseite der Platte ( $x = 0$ ) einlaufende in yz-Richtung linear pol. Lichtwelle und  $\underline{E}_{II}$  die an der Rückseite der Platte ( $x = x_0$ ) auslaufende Lichtwelle (vergl. mit Gl. 3):

$$\begin{aligned} \underline{E}_I &= E_0 (0, \sin(-\omega t), \sin(-\omega t)) \\ \underline{E}_{II} &= E_0 (0, \sin(kx_0 - \omega t), \sin(k'x_0 - \omega t)) \\ \text{Mit } k'x_0 &= \frac{2\pi}{\lambda} \left( x_0 - \frac{\lambda}{4} \right) = kx_0 - \frac{\pi}{2} \text{ folgt:} \\ \underline{E}_{II} &= E_0 (0, \sin(kx_0 - \omega t), -\cos(kx_0 - \omega t)) \end{aligned} \quad (8)$$

Ist das in die  $\lambda/4$ -Platte eintretende Licht in anderer Richtung als oben beschrieben linear polarisiert, so haben die Teilwellen ungleiche Amplituden, das Licht ist nach Durchlaufen der Platte i. Allg. elliptisch polarisiert.

Durchläuft linear polarisiertes Licht zwei  $\lambda/4$ -Platten gleicher Orientierung nacheinander, d.h. eine  $\lambda/2$ -Platte, so haben die Teilwellen beim Lichtaustritt eine Phasendifferenz von  $\pi$  und für die (bei  $2x_0$ ) auslaufende Welle  $\underline{E}_{III}$  gilt:

$$2k'x_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \left( 2x_0 - \frac{\lambda}{2} \right) = 2kx_0 - \pi$$

$$\underline{E}_{III} = E_0 (0, \sin(2kx_0 - \omega t), -\sin(2kx_0 - \omega t)) \quad (9)$$

Der Vergleich von  $\underline{E}_{III}$  mit  $\underline{E}_I$  zeigt, dass die in z-Richtung schwingende Teilwelle ihr Vorzeichen geändert hat, d.h. die Richtung der linearen Polarisation hat sich um  $90^\circ$  gedreht.

Durchläuft linear polarisiertes Licht hingegen zwei  $\lambda/4$ -Platten deren Kristallachsen um  $90^\circ$  gegeneinander verdreht sind, so wird in der ersten Platte z.B. die y-Komponente, in der zweiten aber die z-Komponente des Lichts verzögert; das Licht tritt daher mit ungeänderter Polarisation aus den Platten.

Doppelbrechung zeigen auch optisch isotrope Substanzen, wenn sie äußeren oder inneren Kräften oder Feldern ausgesetzt werden. So wird z.B. verspanntes Glas doppelbrechend. Durchläuft linear polarisiertes Licht ein optisch isotropes Glas in einem Magnetfeld, welches in die Richtung der Lichtausbreitung zeigt, beobachtet man zirkulare Doppelbrechung. Das Licht hat beim Wiederaustritt aus dem Glas eine gedrehte lineare Polarisation. Der Drehwinkel der Polarisation hängt u. a. von der Stärke des Magnetfeldes, der Länge des Lichtweges im Glas und der Dispersion  $dn/d\lambda$  des Glases ab (s. Versuch D12: Faraday-Effekt).

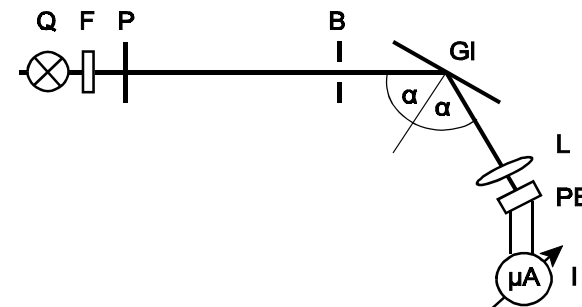
Es sei hier noch erwähnt, dass sog. *optisch aktive Substanzen* aufgrund ihrer chiralen Struktur die Polarisationsrichtung von linear polarisiertem Licht drehen können. Es gibt optisch linksdrehende Substanzen (z. B. Fruchtzucker = Fructose) und optisch rechtsdrehende Substanzen (z. B. Traubenzucker = Glucose). Die sog. *Polarimetrie* ist eine Messmethode z. B. zur Bestimmung des Zuckergehalts wässriger Lösungen.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Intensität einer linear polarisierten Lichtwelle in Abhängigkeit des Winkels zwischen Polarisator und Analysator.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Intensität und Polarisation von Licht nach Durchgang von linear polarisiertem Licht durch eine  $\lambda/4$ -Platte für verschiedene Orientierungen der Platte.
- 3. Aufgabe:** Bestimmen Sie den Reflexionskoeffizienten einer Glasplatte für parallel und senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht in Abhängigkeit vom Einfallswinkel.
- 4. Aufgabe:** Untersuchen Sie die Intensität und Polarisation von Streulicht, welches beim Durchtritt eines parallelen Lichtbündels durch eine Wasser-Milch-Mischung entsteht.

### 4. Versuchsaufbau

Abb. 7 zeigt exemplarisch den Versuchsaufbau zur Bestimmung der Reflexionskoeffizienten  $R_{||}$  und  $R_{\perp}$  einer Glasplatte für parallel und senkrecht zur Einfallsebene einfallendes Licht.



**Abb. 7:**  
 Versuchsaufbau  
 Aufgabe 3:  
 Q Lichtquelle  
 F IR-Filter  
 P Polarisator  
 B Blende  
 Gl Glasplatte  
 L Linse  
 PE Photoelement

Auf einer optischen Bank mit Schwenkarm ist die Lichtquelle Q, eine Halogenlampe mit Kondensator und einem Wärmeschutzfilter F montiert. Die Lampe wird über einen Transformator mit  $8V \approx$  betrieben und ist so zu justieren dass ein etwa paralleles horizontal verlaufendes Lichtbündel entsteht. Der

Polarisator P (Winkelskala auf der Lichteintrittsseite) gestattet, linear polarisiertes Licht mit um  $180^\circ$  drehbarer Polarisationsrichtung zu erzeugen. Die Blende B begrenzt das Lichtbündel, so dass es für Winkel  $\alpha$  bis  $80^\circ$  ganz auf die Glasplatte Gl fällt. Die Platte ist auf ihrer Rückseite mattiert und mit schwarzem Fotokarton abgedeckt, um eine Reflexion des Lichts an dieser Seite möglichst gering zu halten. Die Einfallswinkel  $\alpha$  können auf einer mit der Platte verbundenen Scheibe mit Winkelskala abgelesen werden. Sie werden durch Drehen der Platte und des Schwenkarms eingestellt. Die Sammellinse L bündelt das reflektierte Licht auf ein Fotoelement FE (Solarzelle). Der Kurzschlussstrom  $I$  des Elements wird mit einem  $\mu\text{A}$ -Meter gemessen. Er ist proportional zur einfallenden Lichtintensität.

## 5. Versuchsdurchführung und Auswertung

Die Messungen sind möglichst im dunklen Raum (ohne Deckenbeleuchtung) durchzuführen. Stellen Sie sicher, dass bei Benutzung einer Taschenlampe kein zusätzliches Licht auf das Fotoelement fällt und die Messergebnisse verfälscht.

### 5.1 1. Aufgabe

Die in Abb. 7 gezeigte Blende B wird durch einen zweiten Polarisator A als Analysator ersetzt (Winkelskala wie bei P auf der Lichteintrittsseite). Er dient zugleich als Blende. Das Drehgelenk wird gerade gestellt ( $\alpha = 90^\circ$ ) und die Glasplatte aus der Halterung genommen. Stellen Sie den Polarisator und Analysator zunächst in senkrechte Position ( $\varphi = 0$ ). Der Photostrom sollte einige hundert  $\mu\text{A}$  betragen. Wird der Analysator nun aus der Vertikalen (in Lichtwegseite gesehen nach rechts) um den Winkel  $\varphi$  gedreht, sollte der Photostrom vom Maximalwert  $I_{\max}$  mit  $\cos^2\varphi$  abnehmen. Dies ist zu zeigen. Bestimmen Sie dazu den Photostrom als Funktion des Analysatorwinkels  $\varphi$  in Schritten von  $5^\circ$  von  $-5^\circ$  bis  $95^\circ$ .

Für den Winkel  $\varphi = 90^\circ$  wird der Strom  $i$ . Allg. nicht verschwinden. Man misst einen kleinen Reststrom  $I_{\min}$  (einige  $\mu\text{A}$ ), da die Polarisation nicht perfekt ist, hauptsächlich weil das Licht nicht exakt parallel ist. Überzeugen Sie sich, indem Sie für  $\varphi = 90^\circ$  vom Fotoelement aus durch die Polarisatoren auf die Lampe schauen.

Tragen Sie in der Auswertung der Messung  $(I - I_{\min})/(I_{\max} - I_{\min})$  über  $\varphi$  als Messpunkte auf sowie Funktion  $\cos^2\varphi$  als Liniendiagramm zum Vergleich.

### 5.2 2. Aufgabe

Montieren Sie zwischen Polarisator P und Analysator A die  $\lambda/4$ -Platte. Ihre

Winkelskala ( $\alpha$ ) sollte wie beim Polarisator und Analysator in die Richtung der Lichtquelle zeigen. Da die Funktion der Platte von der Wellenlänge des Lichts abhängig ist, wird ein geeignetes Filter (Grünfilter:  $\lambda = 525 \text{ nm}$ ) am Diahalter der Lampe in den Lichtstrahl geschoben. Um den Intensitätsverlust etwas auszugleichen, wird die Lampe mit  $12 \text{ V} \approx$  betrieben.

Stellen Sie zunächst den Polarisator und die  $\lambda/4$ -Platte senkrecht ( $\alpha = 0$ ) und bestimmen Sie den Photostrom  $I$  als Funktion des Analysator-Winkels  $\varphi$  in  $10^\circ$ -Schritten von  $-90^\circ$  bis  $90^\circ$ . Verstellen Sie danach den Zeiger der  $\lambda/4$ -Platte (in Lichtwegseite gesehen nach links) auf den Winkel  $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  und  $90^\circ$  und bestimmen Sie jeweils  $I(\varphi)$  wie für  $\alpha = 0$ .

Tragen Sie in der Auswertung  $I(\varphi) - I_{\min}$  ( $\varphi = \pm 90^\circ, \alpha = 0$ ) für alle Winkel  $\alpha$  als Funktion des Analysatorwinkels  $\varphi$  auf und bestimmen Sie aus dem Messergebnis den jeweiligen Polarisationszustand des Lichts hinter der  $\lambda/4$ -Platte.

### 5.3 3. Aufgabe

Bauen Sie den Versuch gem Abb. 7 auf. Justieren Sie die Glasplatte so, dass für eingestellte Winkel  $\alpha = 60^\circ$  das reflektierte Licht genau auf die Linse fällt. Stellen Sie sicher, dass die Blende B soweit geschlossen ist, dass das Lichtbündel für die Winkel  $\alpha = 80^\circ$  noch ganz auf die Glasplatte fällt.

Messen Sie nun für Winkel  $\alpha$  von ca.  $10^\circ$  bis  $80^\circ$  in Schritten von  $5^\circ$  jeweils den Fotostrom für vertikal gestellten Polarisator ( $I_{\perp}$ ) und horizontal gestellten Polarisator ( $I_{\parallel}$ ). Beobachten Sie dabei zur Kontrolle der Winkeleinstellung die Lage des Lichtreflexes auf der Linse. Nehmen Sie anschließend die Platte aus der Halterung und bestimmen Sie die Fotoströme  $I_{\perp}, I_{\parallel}$  für  $\alpha = 90^\circ$ . Diese Ströme sind i. Allg. nicht gleich, da die Lampe teilweise polarisiertes Licht erzeugt.

Tragen Sie in der Auswertung die auf die jeweiligen Maximalwerte  $I(90^\circ)$  normierten Fotoströme, also die Reflexionskoeffizienten  $R_{\parallel}$  und  $R_{\perp}$  als Messpunkte halblogarithmisch (3 Dekaden) über dem Winkel  $\alpha$  auf. Schätzen Sie den Brewsterwinkel  $\alpha_p$  aus der Lage des Minimums für  $R_{\parallel}$  ab und berechnen Sie mit Gl. (5) die Brechzahl  $n$ . Extrapolieren Sie den Verlauf von  $R_{\parallel}$  und  $R_{\perp}$  auf  $\alpha = 0$  und bestimmen Sie mit Gl. (7) ebenfalls  $n$ . Die Zahlenwerte sollten auf ca. 1% genau übereinstimmen. Berechnen Sie zum Vergleich Ihrer Messungen mit der Theorie für alle Messwinkel  $\alpha$  die Koeffizienten  $R_{\parallel}$  und  $R_{\perp}$  mittels Gl. (6) für den Mittelwert  $n$  ihrer Messung und tragen Sie die Werte als Liniendiagramm ein. Diskutieren Sie mögliche Abweichungen von Theorie und Experiment.

#### 5.4 4. Aufgabe

Zur Beobachtung der Lichtpolarisation durch Streuung wird eine Glasküvette ca. 3/4 voll mit Wasser gefüllt, in das eine geringe Menge Milch gegeben wird (einige Tropfen). Nach Umrühren darf sich das Wasser nicht deutlich eintrüben. Gegebenenfalls ist eine Verdünnung der Mischung nötig. Die Küvette wird auf einen kleinen Prisentisch geklemmt mit ihrer Schmalseite zur Lampe zeigend direkt hinter den Polarisator gestellt. Das an der Breitseite seitlich bzw. nach oben austretende Streulicht kann gut mit dem Auge beobachtet werden. Da der im Fotoelement erzeugte Strom aufgrund der geringen Lichtintensität nicht bestimmt werden kann, ist der Versuch qualitativ durchzuführen.

Schauen Sie zunächst senkrecht zum Lichtweg durch die Küvette hindurch und prüfen Sie, ob bei eingeschalteter Lampe Ihre etwa 20 cm hinter die Küvette ins Halbdunkel gehaltene Hand noch gut sichtbar ist. Anderfalls ist die Mischung weiter zu verdünnen. Warum?

Schauen Sie nun für verschiedene Winkelstellungen des Polarisators (im rechten Winkel zur Strahlrichtung) horizontal sowie von oben und schräg von oben auf die Küvette. Notieren Sie Ihre Beobachtungen. Wann ist das Streulicht maximal, wann ist es minimal? Nehmen Sie nun den Analysator in die Hand und untersuchen Sie die Polarisation des Streulichts. Notieren Sie Ihre Beobachtungen, auch die unter schrägem Blickwinkel gemachten (halb in Strahlrichtung bzw. halb dagegen). Diskutieren Sie Ihre Beobachtungen und vergleichen Sie sie mit dem in Kap. 2.2.3 erwähnten Verhalten von Streulicht.

#### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Wie wird die Ausbreitung von Licht im Wellenbild dargestellt?
- 2) Wie verhalten sich die Felder einer ebenen Lichtwelle räumlich und zeitlich im Vakuum und in Materie?
- 3) Beschreiben Sie die verschiedenen Arten der Lichtpolarisation.
- 4) Wie kann unpolarisiertes Licht linear, wie zirkular oder elliptisch polarisiert werden?
- 5) Warum wird Licht i. Allg. an den Grenzflächen eines optisch transparenten Stoffes gebrochen? Wie wird die Brechung beschrieben?
- 6) Was ist lineare, was zirkulare Doppelbrechung?
- 7) Wie funktioniert ein Polfilter, wie eine  $\lambda/4$ -Platte?

- 8) Was beschreiben die Fresnelschen Formeln?
- 9) Was passiert bei der Reflexion von Licht, welches unter dem Brewsterwinkel auf die Grenzfläche eines optisch transparenten Stoffes auftrifft?
- 10) Was bedeutet optische Aktivität und warum sind manche Substanzen optisch aktiv?

## Versuch D 12: Faraday-Effekt

- 1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III: Optik  
 Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
 Pohl, Bd. 2 u. 3: Elektrizitätslehre, Optik u. Atomphysik  
 Walcher, Praktikum der Physik

**Stichworte:** Licht als elektromagn. Welle, lineare u. zirkulare Polarisation, Dispersion, induzierte Doppelbrechung, Larmor-Präzession

### 2. Grundlagen

Grundlagen zu den Themen *elektromagnetische Wellen*, *Dispersion* sowie *Polarisation* des Lichts sind in den Versuchen D5 (Spektralanalyse), D11 (Polarisation des Lichts) sowie D16 (Mikrowellen) dargestellt.

#### 2.1 Magnetfeldinduzierte Doppelbrechung

Die Lichtausbreitung in einem optisch isotropen Stoff, d.h. die Phasengeschwindigkeit und Wellenlänge des Lichts, sowie die Lichtbrechung an seinen Grenzflächen wird durch die *Brechzahl*  $n(\lambda)$  beschrieben. Die Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge des Lichts  $dn/d\lambda$  heißt *Dispersion*. Im sichtbaren Bereich des Lichts beruht sie im Wesentlichen auf der frequenzabhängigen elektronischen Polarisierbarkeit des Stoffes.

Breitet sich Licht in einem optisch isotropen, transparenten nichtmagnetischen Stoff aus, der sich zudem in einem Magnetfeld  $\underline{B}$  befindet, so wird er zirkular doppelbrechend (vergl. Versuch D11): Die Polarisationsrichtung einer ebenen linear polarisierten Lichtwelle, die sich in Richtung von  $\underline{B}$  ausbreitet, wird gedreht. Der Drehwinkel  $\alpha$  des Lichts ist proportional zur magnetischen Induktion  $B$  und der Länge  $l$  des Lichtwegs im Stoff.

$$\alpha = V l B \tag{1}$$

Dieser vom M. Faraday 1845 entdeckte Effekt wird *Magnetorotation* oder *Faraday-Effekt* genannt. Die Proportionalkonstante  $V$  in Gl. (1) ist die *Verdet-Konstante*, die u.a. von der Wellenlänge des Lichts und der Dispersion des Stoffes abhängt (s.u.).

Die Entdeckung Faradays, welche die Wechselwirkung von Licht mit einem Magnetfeld nachweist, liegt zeitlich vor der Entwicklung der Theorie elektromagnetischer Felder und des Lichts durch Maxwell (1864/65). Es sei hier ferner erwähnt, dass auch ein elektrisches Feld eine Doppelbrechung verursachen kann (*Elektrooptischer Kerr-Effekt*, Kerr 1875).

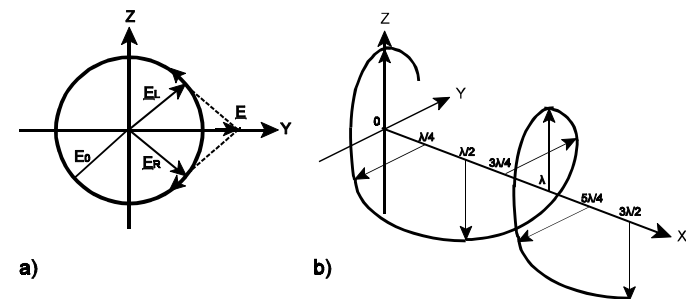
Der Faraday-Effekt lässt sich im Rahmen der klassischen Theorie elektromagnetischer Felder erklären. Er beruht auf der zirkularen Doppelbrechung von Licht, bei der sich die Brechzahl, d.h. die Phasengeschwindigkeit von rechts und links zirkular polarisiertem Licht unterscheidet.

Zur Berechnung der Verdet-Konstanten betrachten wir eine ebene in y-Richtung linear polarisierte Lichtwelle  $\underline{E}$ , die sich in x-Richtung in einem optisch transparenten Stoff ausbreitet. Sie lässt sich als Überlagerung zweier gegenläufig, d.h. links und rechts zirkular polarisierter Lichtwellen  $\underline{E}_L$  und  $\underline{E}_R$  darstellen (s. Abb. 1):

$$\begin{aligned} \underline{E} &= 2E_0(0, \cos(kx - \omega t), 0) \\ \underline{E}_{L,R} &= E_0(0, \cos(kx - \omega t), \pm \sin(kx - \omega t)) \end{aligned} \tag{2}$$

In komplexer Schreibweise ( $\underline{E} = E_y + iE_z$ ):

$$\begin{aligned} \underline{E} &= \underline{E}_L + \underline{E}_R = E_0(e^{i\varphi_L} + e^{i\varphi_R}) \\ \text{mit } \varphi_{L,R} &= \pm(kx - \omega t) = \pm\omega\left(\frac{nx}{c} - t\right) \end{aligned} \tag{3}$$



**Abb. 1:** a) Zerlegung einer linear polarisierten Lichtwelle in zwei zirkular polarisierte Lichtwellen; b) Momentbild einer rechtszirkular polarisierten Lichtwelle

Die E-Felder dieser zirkular polarisierten Lichtwellen rotieren (ohne Magnetfeld) an einem festen Ort  $x$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\pm \omega$  um die  $x$ -Achse; konstante Phasen  $\varphi$  der Wellen bewegen sich mit der Phasengeschwindigkeit  $v_{ph} = c/n$  entlang der  $x$ -Achse. Die rotierenden E-Felder bewirken ihrerseits rotierende elektrische Dipolmomente, d.h. Kreisströme  $j_{\pm}$  der sog. *Dispersions-Elektronen* des Stoffes, die ja aufgrund der Frequenzabhängigkeit der atomaren Polarisierbarkeit die Dispersion des Lichtes bewirken (vergl. Versuch D16, Mikrowellen).

Ein den Atomkern im Abstand  $r$  umkreisendes Elektron hat den Drehimpuls

$$\underline{l} = \underline{r} \times \underline{p} = m r^2 \underline{\omega} \quad (4)$$

und infolge des Kreisstromes  $i_{\pm} = \mp e \omega / 2\pi$  um die Fläche  $\pi r^2$  das magnetische Moment  $\mu$  der Größe  $i_{\pm} \pi r^2$ , also:

$$\underline{\mu}_{\pm} = \mp \frac{e r^2}{2} \underline{\omega} = \mp \frac{e}{2m} \underline{l} \quad (5)$$

Die Vektoren  $\underline{l}$  und  $\underline{\mu}_{\pm}$  stehen aufgrund der negativen elektronischen Ladung immer antiparallel zueinander.

Ein Magnetfeld  $\underline{B}$  übt ein Drehmoment  $\underline{D}$  auf  $\underline{\mu}_{\pm}$  aus, welches nach der klassischen Mechanik bewirkt, dass  $\underline{l}$  und  $\underline{\mu}_{\pm}$  wie ein Magnetkreisel um die Feldrichtung von  $\underline{B}$  mit der Kreisfrequenz  $\underline{\omega}_L$ , bzw.  $v_L = \omega_L / 2\pi$ , der sog. *Larmor-Frequenz* präzedieren (Vergl. auch Versuch D15, Zeeman-Effekt). Mit

$$\underline{D} = \underline{\mu}_{\pm} \times \underline{B} = \frac{d\underline{l}}{dt} = \underline{\omega}_L \times \underline{l} \quad (6)$$

ist mit Gln.(4) u. (5) unabhängig von der Richtung des Drehimpulses:

$$\omega_L = \frac{|\underline{\mu}_{\pm}|}{|\underline{l}|} B = \frac{e}{2m} B \quad (7)$$

Die Larmor-Präzession der Kreisbahnen der Dispersions-Elektronen bewirkt eine entsprechende (geringe) Verschiebung der Frequenzen der zirkular polarisierten Lichtfelder um  $\pm \omega_L$ . (Für  $B = 1\text{T}$  ist  $v_L \approx 9 \times 10^{10} \text{ Hz} \approx 10^{-4} \nu$ ). Mit Gl. (3) sind in

Anwesenheit eines Magnetfelds  $\underline{B}$  die Phasen.  $\varphi_{L,R}$  der zirkular polarisierten Wellen entsprechend geändert:

$$\varphi_{L,R}(x,t) = \pm(\omega \mp \omega_L) \left( \frac{x n_{\mp}}{c} - t \right) \quad (8)$$

Der Polarisationsdrehwinkel der Lichtwelle ist  $\alpha = (\varphi_L + \varphi_R)/2$ . Beim Lichteintritt in das Medium ist die Welle linear in  $y$ -Richtung polarisiert ( $\varphi_L = \varphi_R = 0$ ;  $\alpha = 0$ , s. Abb. 1). Aufgrund der unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten  $c/n_{\mp}$  benötigen die zirkular links u. rechts polarisierten Wellen unterschiedliche Zeiten  $t_L$  bzw.  $t_R$ , um die Wegstrecke  $l$  im optischen Medium zu durchlaufen. Nach der Zeit  $t_L = l n_{\pm} / c$  ist  $\varphi_L(l, t_L) = 0$  und

$$\alpha = \frac{1}{2} \varphi_R(l, t_L) = -(\omega + \omega_L) (n_{+} - n_{-}) \frac{l}{2c} \quad (9)$$

Die Reihenentwicklung von  $n_{\mp} = n(\omega \mp \omega_L)$  liefert in erster Ordnung:

$$n_{\mp} = n(\omega \mp \omega_L) = n(\omega) \pm \frac{\lambda}{\omega} \frac{dn}{d\lambda} \omega_L \quad (10)$$

Mit  $\omega + \omega_L \approx \omega$  folgt aus Gln(9) u. (10)

$$\alpha = -\omega_L \lambda \frac{dn}{d\lambda} \frac{l}{c} \quad (11)$$

Mit Gln. (1) u. (7) erhält man schließlich für die Verdet-Konstante

$$V = -\frac{e \lambda}{2mc} \frac{dn}{d\lambda} \quad (12)$$

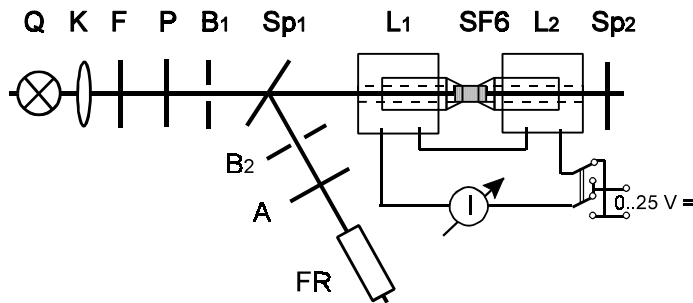
Die Drehung der Lichtpolarisation durch ein Magnetfeld ist proportional ist zur Wellenlänge  $\lambda$  und Dispersion  $dn/d\lambda$  des Stoffes. Viele Gläser zeigen im Bereich des sichtbaren Lichts normale Dispersion mit  $n$  etwa  $\sim \lambda^{-2}$  also  $dn/d\lambda \sim \lambda^{-3}$ . Silikatgläser mit hohem Gehalt an Bleioxid (*Bleisilikate* oder *Flintgläser*) weisen aufgrund ihrer hohen Dichte eine besonders große Dispersion auf und sind daher

für die Magnetorotation gut geeignet.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Drehwinkel von linear polarisiertem Licht durch Bleisilikatglas (Schwerflint SF6) in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei den Wellenlängen  $\lambda = 436, 546$  u.  $578$  nm des Lichts einer Quecksilberdampfampe.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie aus den Messdaten die Verdet-Konstante von SF6 für die genannten Wellenlängen.
- 3. Aufgabe:** Berechnen Sie die Dispersion  $dn/d\lambda$  von SF6 im Wellenlängenbereich  $436 - 578$  nm und vergleichen Sie die berechnete Dispersion mit Daten aus der Literatur (z.B. SF5).

### 4. Versuchsaufbau



**Abb. 2:** Versuchsaufbau: Q Hg-Lampe, K Kondensator, F Farbfilter, P Polarisator,  $B_{1,2}$  Irisblenden,  $Sp_1$  halbdurchlässiger Spiegel,  $L_{1,2}$  Magnetspulen, SF6 Probe,  $Sp_2$  Spiegel, I Strommesser, A Analysator, FR Fernrohr

Abb. 2 zeigt schematisch den Versuchsaufbau zur Untersuchung des Faraday-Effekts. Auf einer optischen Bank sind als Lichtquelle eine Quecksilberdampfampe Q, eine Kondensatorlinse K zur Lichtbündelung und ein auswechselbares Farbfilter F zur Selektion einer Wellenlänge des Hg-Linienspektrums montiert. Mit dem Polarisator P wird das Licht linear polarisiert. Die Polarisationsrichtung ist auf einer Gradskala (auf etwa  $0,5^\circ$  genau) einstellbar. Die Blende  $B_1$  dient zur

Begrenzung des Lichtbündels. Es durchläuft einen halbdurchlässigen Spiegel  $Sp_1$  und durchstrahlt die Probe, einen Flintglaszylinder (SF6) der Länge 30 mm. Die Probe befindet sich in einem Magnetfeld, welches durch einen ringförmigen durch zwei stromdurchflossene Spulen  $L_1$  und  $L_2$  erregten Eisenkern erzeugt wird. An der Stelle des Lichtstrahls ist der Kern durchbohrt und an der Probenstelle zur Feldbündelung in der Probe unterbrochen (Polschuhe). Das Magnetfeld wird durch den Strom I aus einer variablen Gleichspannungsquelle ( $0..25$  V =) erzeugt und durch die Messung des Stroms über eine Eichmessung  $B(I)$  bestimmt. Ein Umschalter des Stroms ermöglicht die Umkehr der Feldrichtung.

Nach Durchlaufen der Probe im Magnetfeld wird der Lichtstrahl am Spiegel  $Sp_2$  in sich reflektiert und durchläuft ein zweites Mal die Probe. Hierdurch wird der Lichtweg in der Probe und der Drehwinkel  $\alpha$  zur ursprünglichen Polarisationsrichtung verdoppelt. Der zurücklaufende Lichtstrahl wird am Spiegel  $Sp_1$  schräg reflektiert.

Auf einer kleinen optischen Bank sind eine weitere Blende  $B_2$ , der Analysator A und ein Fernrohr FR montiert. Die Blende dient zur weiteren Begrenzung des reflektierten Lichtbündels. Infolge der Lichtreflexion an den Probenoberflächen treten zusätzliche Lichtstrahlen auf, die durch leichtes Schrägstellen von Magnet und Probe aus dem Gesichtsfeld des Fernrohrs gebracht werden können. Die Polarisationsrichtung des Strahls wird durch den Analysator A bestimmt, indem er auf Dunkelheit bzw. minimale Lichtintensität gestellt wird. Das auf die Blende  $B_1$  fokussierte Fernrohr dient hierbei zur Beobachtung.

### 5. Versuchsdurchführung und Auswertung

#### 5.1 1. Aufgabe

Der Versuchsaufbau ist gegebenenfalls zu justieren. Die Filter sind mit der silber spiegelnden Seite zur Lampe hin einzubauen. Der Polarisator wird zweckmäßigerweise so eingestellt (ca.  $20^\circ$  rechts in Strahlrichtung), dass in Abwesenheit eines Magnetfelds die Dunkelstellung des Analysators bei ca.  $70^\circ$  (rechts gegen Strahlrichtung) liegt. So kann bei fester Polarisatorstellung für alle Felder in beiden Richtungen der Winkel auf der Analysatorskala abgelesen werden.

Der Abstand zwischen Lampe und Kondensatorlinse ist so zu wählen, dass ein gleichmäßig leuchtender Lichtfleck auf der Stirnseite des Magneten entsteht; die Blende  $B_1$  ist soweit zu schließen (auf ca.  $5 - 8$  mm  $\varnothing$ ), dass der Lichtfleck gerade die Stirnseite des Magneten beleuchtet. Halten Sie zur Kontrolle ein Stück Papier in den Strahl. Schauen Sie durch das Fernrohr und versuchen Sie die Dunkelstellung durch Verändern der Blenden und der Lampenposition zu



optimieren. Verdrehen Sie u.U. den Magneten geringfügig auf der Schienenhalterung, ohne dass jedoch der Strahl abgeschattet wird. Vergessen Sie nicht, die auf den Spiegel  $Sp_2$  gesteckte Schutzkappe zu entfernen.

Es sind für jeden der drei Filter für  $I = 0$  bis  $\pm 2,5$  A in Schritten von ca. 0,5 A die Winkel  $\beta(I)$  des Analysators zu bestimmen, bei denen Dunkelheit herrscht bzw. die Helligkeit minimal wird.

Beginnen Sie mit dem Gelbfilter ( $\lambda = 578$  nm). Bei jeder der eingestellten Stromstärken sind die Winkel für beide Strom- bzw. Feldrichtungen zu bestimmen. Nach der Messung mit  $I = 2,5$  A ist die Messung für  $I = 0$  zu wiederholen. Führen Sie danach die Messungen mit dem Grünfilter ( $\lambda = 546$  nm) und Blaufilter ( $\lambda = 436$  nm) entsprechend durch.

In der Auswertung sind die Stromstärke  $I$  in die magnetische Induktion  $B$  umzurechnen. Eichmessungen für den hier gewählten Polabstand von 20 mm haben ergeben, dass das Magnetfeld mittig über eine Länge von ca. 15 mm ziemlich homogen ist und an den Außenseiten (innerhalb der Polschuhe bis zu den Stirnseiten der Probe auf kleine Feldwerte abfällt. Der über die Probenlänge ermittelte Effektivwert (integraler Mittelwert) des Feldes beträgt:

$$B_{\text{eff}} / I = 35,8 \text{ mT} / \text{A}$$

Tragen Sie die Winkel  $\beta(B_{\text{eff}})$  für jede Wellenlänge getrennt auf.

## 5.2 2. Aufgabe

Bestimmen Sie aus Ausgleichsgeraden durch die Messwerte die Steigungen der Geraden  $\alpha/B_{\text{eff}}$  und mit Gl. (1) für den Lichtweg  $l = 6$  cm die Verdet-Konstanten  $V(\lambda)$ . Schätzen Sie den Fehler für  $V$  aus dem Fehler der Geradensteigungen ab.

## 5.3 3. Aufgabe

Berechnen Sie aus dem Ergebnis der 2. Aufgabe mit Gl. (12) die Dispersion  $dn/d\lambda$  von SF6 für die drei Wellenlängen. Vergleichen Sie das Ergebnis mit Daten für z.B. SF5 aus der Literatur (Walcher, Praktikum der Physik).

## 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Wie wird die Ausbreitung von Licht im Wellenbild dargestellt?
- 2) Wie verhalten sich die Felder einer ebenen Lichtwelle räumlich und zeitlich im Vakuum und in Materie?

- 3) Beschreiben Sie die verschiedenen Arten der Lichtpolarisation.
- 4) Warum wird Licht i. Allg. an den Grenzflächen eines optisch transparenten Stoffes gebrochen? Wie wird die Brechung beschrieben?
- 5) Was ist lineare, was zirkulare Doppelbrechung?
- 6) Was ist der Faraday-Effekt?
- 7) Beschreiben Sie die Wirkungsweise eines Magnetfeldes auf die Lichtausbreitung in einem optisch isotropen transparenten Stoff.
- 8) Was ist die Larmor-Präzession, wovon ist sie abhängig und wie kommt sie zustande?
- 9) Wie ist die Verdet-Konstante definiert und wovon ist sie theoretisch abhängig?
- 10) Welche Materialien eignen sich gut zur Untersuchung des Faraday-Effekts und warum?

### Versuch D 13: Newtonsche Ringe

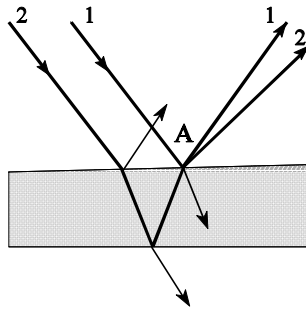
**1. Literatur:** Walcher, Praktikum der Physik  
Westphal, Physikalisches Praktikum  
Bergmann-Schaefer, Experimentalphysik, Bd. III, Optik

**Stichworte:** Reflexion und Brechung an optisch dichten und dünnen Medien, optischer Gangunterschied, Interferenz an dünnen planparallelen und keilförmigen Schichten, monochromatisches, kohärentes Licht

#### 2. Grundlagen

##### 2.1 Interferenz an Keilschichten

Auf eine schwach keilförmige, durch zwei ebene Flächen begrenzte dünne Schicht eines brechenden Stoffes fällt paralleles, kohärentes Licht (s. Abb. 1):



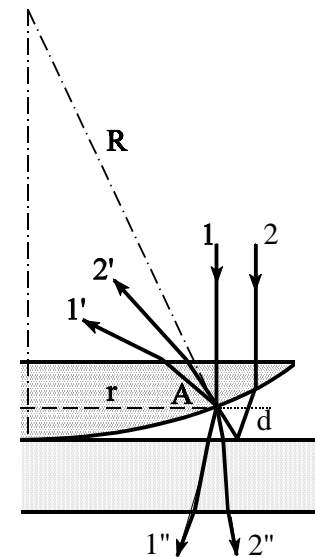
**Abb.1:** Zur Interferenz an einer keilförmigen Schicht

Betrachtet werden die beiden Strahlen 1 und 2, die im Punkt A der Schichtoberfläche zusammentreffen. Ein Anteil von Strahl 1 wird unmittelbar an der Oberfläche bei A reflektiert, während ein Anteil von Strahl 2 nach Brechung und Reflexion in der Schicht bei A erneut gebrochen wird. Das von A ausgehende, divergente Licht enthält Anteile der Strahlen 1 und 2. Diese Strahlen haben jedoch verschiedene lange optische Wege durchlaufen, d.h. zwischen ihnen tritt ein optischer Gangunterschied auf, der in A zu Interferenzen führt. Akkomodiert man das Auge auf den Punkt A, so registriert man als Folge dieser Interferenzen ein helles oder dunkles Bild von A. Da sich die Dicke der keilförmigen Schicht

ändert, ändert sich auch entsprechend der Gangunterschied der miteinander interferierenden Strahlen und man erblickt ein System heller und dunkler Streifen, die umso weiter voneinander entfernt sind, je kleiner der Keilwinkel ist. Jeder Streifen gehört zu den Stellen gleicher Dicke des Keils. Man nennt diese Erscheinung deshalb *Interferenzen gleicher Dicke*.

##### 2.2 Newtonsche Ringe

Die Newtonschen Ringe stellen einen besonderen Fall der Interferenzen gleicher Dicke dar. Sie entstehen z.B., wenn Licht auf eine Luftschicht fällt, die sich zwischen einer ebenen Glasplatte und einer auf diese gedrückten, schwach konvex gekrümmten Linse befindet. Dabei kann man die einzelnen Kreissegmente der Luftschicht als nahezu keilförmig ansehen. Bei Verwendung monochromatischen Lichts sieht man sowohl bei Beobachtung in Reflexion als auch in Transmission konzentrische helle und dunkle Kreise, deren Mittelpunkt im Berührungspunkt von Platte und Linse liegt. Die Breite der hellen und dunklen Kreise nimmt wegen der Linsenkrümmung von innen nach außen hin ab.



**Abb.2:**

Entstehung Newtonscher Ringe:  
Interferenz der Strahlen 1 und 2  
bei A:

1', 2' : Strahlen bei Beobachtung  
in Reflexion,

1'', 2'': Strahlen bei Beobachtung  
in Transmission

Zur Berechnung der Radien der Newtonschen Interferenzringe zeigt Abb. 2 schematisch den Strahlengang zweier kohärenter Strahlen 1 und 2 durch eine

Plankonvexlinse (geringer Krümmung) mit Krümmungsradius  $R$ , sowie durch eine planparallele Glasplatte, welche die Linse im Zentrum der gekrümmten Fläche berührt. Betrachtet wird die Interferenz der beiden Strahlen im Punkt A. Bei Beobachtung in Reflexion wird der Teilstrahl 1' des Strahls 1 innerhalb der Linse bei A reflektiert, während vom Strahl 2 nach Brechung durch die Linse, Durchlaufen der Luftschicht mit Dicke  $d$ , Reflexion an der Glasplatte und abermaligen Durchlaufen der Luftschicht der Teilstrahl 2' bei A gebrochen wird. Bei Beobachtung in Transmission wird der Teilstrahl 1'' des Strahls 1 bei A gebrochen während der Teilstrahl 2'' des Strahls 2 nach zweimaligem Durchlaufen der Schicht mit Dicke  $d$  und Reflexion an der Glasplatte bei A erneut reflektiert wird.

Bei der Interferenz findet Verstärkung der Strahlen statt, wenn die Teilwellen 1' und 2' bzw. 1'' und 2'' gleichphasig schwingen, d.h. der optische Gangunterschied  $\Delta x$  der Strahlen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  ist, Auslöschung, falls sie gegenphasig schwingen, also:

$$\Delta x = \left( n - \frac{1}{2} \right) \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Zur Bestimmung von  $\Delta x$  lässt sich die Dicke der Luftschicht  $d$ , wie in Abb. 2 zu erkennen, durch den Radius  $r$ , den Abstand des Punktes A von der optischen Achse und den Krümmungsradius  $R$  der Linse ausdrücken. Mit

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2Rd - d^2 \quad (2)$$

gilt näherungsweise, da  $d \ll R$ :

$$d = \frac{r^2}{2R} \quad (3)$$

Wird wie im vorliegenden Versuch die Interferenz in Transmission betrachtet, so tritt infolge der zweifachen Reflexion des Strahls 2 bzw. 2'' an der Glasplatte und an der Linse, dem jeweils optisch dichteren Medium, jeweils ein Phasensprung um  $\pi$  entsprechend einem zusätzlichen Gangunterschied von insgesamt  $\lambda$  auf, der sich bei der Interferenz nicht auswirkt. Berücksichtigt man ferner, dass die Dicke  $d$  der Luftschicht z.B. durch ein Staubkorn im Berührungspunkt von Linse und Glasplatte um die Strecke  $d_0$  vergrößert sein kann, ergibt sich mit Gl. (1) u. (3) als Bedingung für die Auslöschung der Teilstrahlen 1'' und 2'':

$$\Delta x = 2 \left( \frac{r_n^2}{2R} + d_0 \right) = \left( n - \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (4)$$

bzw. für den Radius  $r_n$  des  $n$ -ten Kreisrings, bei dem Auslöschung beobachtet wird:

$$r_n^2 = R \left[ \left( n - \frac{1}{2} \right) \lambda - 2d_0 \right] \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Für zwei benachbarte (dunkle) Kreisringe gilt insbesondere:

$$r_{n+1}^2 - r_n^2 = R \lambda \quad (6)$$

Diese Beziehung gilt, da helle und dunkle Interferenzringe abwechselnd nebeneinander liegen, ebenso für die Verstärkung der Teilstrahlen, also die hellen Interferenzringe. Betrachtet man nicht die Interferenz in Transmission sondern in Reflexion, so ergibt sich ein komplementäres Interferenzbild, für das Gl. (6) ebenfalls gültig ist. Es lässt sich also - unabhängig von der jeweils gewählten Versuchsanordnung - mit Gl. (6) durch Ausmessen der Radien benachbarter Interferenzringe bei bekannter Wellenlänge  $\lambda$  der Krümmungsradius  $R$  der Linse bestimmen oder umgekehrt bei bekanntem  $R$  die Wellenlänge  $\lambda$  des verwendeten Lichts. Beides wird im vorliegenden Versuch durchgeführt.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Ermitteln Sie den Krümmungsradius einer dünnen Linse durch Ausmessen der Radien von etwa 20 inneren dunklen Newtonschen Ringen im Licht einer Na-Dampfampe.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie den Durchlassbereich eines Filters mit Hilfe der Newtonschen Ringe im Licht einer Hg-Dampfampe.

### 4. Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

#### 4.1 Bestimmung des Krümmungsradius

Das von einer Natriumdampfampe ( $\lambda_{\text{Na}} = 589,3 \pm 0,3 \text{ nm}$ ) ausgehende und durch

eine Lochblende begrenzte nur schwach divergente Licht fällt nach Brechung in einer Kollimatorlinse ( $f = 30 \text{ cm}$ ) als paralleles Lichtbündel auf ein sog. *Newton-Glas*, die Kombination einer Plankonvexlinse schwacher Krümmung und einer planparallelen Platte mit aufgebrachtem Millimetermaßstab. Die Newtonschen Ringe werden zusammen mit dem Maßstab unter Verwendung einer Objektivlinse ( $f = 15 \text{ cm}$ ) auf einem Schirm vergrößert abgebildet.

Das Newton-Glas hat drei Justierschrauben, mit denen die Linse gegen die Glasplatte gehalten wird. Durch *vorsichtiges* Drehen dieser Schrauben kann das Ringsystem zentriert werden, wobei zu beachten ist, dass Linse und Platte nicht zu fest aufeinander gedrückt werden, so dass sie sich verformen. Der Anpressdruck ist groß genug, wenn beim Anziehen der Schrauben keine weiteren dunklen Ringe im Zentrum entstehen.

Um die Radien dieser Ringe zu bestimmen, wird auf dem Schirm ein weißes Blatt Papier (DIN A 4), auf das vorher ein Achsenkreuz und ein konzentrischer Kreis mit ca.  $4 \text{ cm}$  Radius gezeichnet wurde, mit Klebstreifen so befestigt, dass die Interferenzringe und das Achsenkreuz zentrisch zueinander liegen (der gezeichnete Kreis erleichtert dabei das Zentrieren). Anschließend werden die 4 Schnittpunkte eines jeden dunklen Newtonschen Ringes mit dem Achsenkreuz durch einen kurzen Bleistiftstrich markiert, ebenso die  $5\text{mm}$ -Teilungsstriche des Maßstabs.

In der Auswertung (bei normalem Licht) wird zunächst durch Ausmessen der Abstände der gegenüberliegenden Maßstabsmarkierungen die mittlere Vergrößerung der Abbildung bestimmt. Danach wird von jedem Ring der Durchmesser vertikal und horizontal ausgemessen und aus dem Mittelwert der Messwerte sowie der Abbildungsvergrößerung jeweils das Quadrat des wahren Radius  $r_n$  bestimmt.

Die Quadrate der Radien  $r_n$  sind als Funktion der Ordnungszahl  $n$  in ein Diagramm einzutragen. Aus der Steigung einer durch die Punktfolge gelegten Ausgleichsgeraden ist mit Gl. (6) der Krümmungsradius  $R$  der Linse des Newton-Glases zu bestimmen. Aus dem Schnittpunkt der Geraden mit der Abszisse kann über Gl. (5)  $d_0$  ermittelt werden. Man beachte aber dabei, dass die Zahl  $n$  nur dann gleich der Ordnungszahl der Ringe ist, wenn  $d_0$  kleiner als  $\lambda/2$  ist. Was kann aus einem negativen Wert für  $d_0$  gefolgert werden?

#### 4.2 Durchlassbereich des Filters

Ohne den Aufbau sonst zu ändern ist lediglich die Na-Dampf Lampe durch die Hg-Dampf Lampe zu ersetzen und das Gelbfilter in den Strahlengang zu stellen. Wie im ersten Teil des Versuchs sind der Abbildungsmaßstab und die Radien der Newtonschen Ringe zu bestimmen, die Quadrate der Radien  $r_n$  aufzutragen und

durch eine Ausgleichsgerade zu verbinden. Mit dem Ergebnis für den Krümmungsradius  $R$  der Linse aus dem ersten Versuchsteil ist mit Gl. (6) die Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts zu bestimmen, welches vom Filter durchgelassen wird.

#### 5. Fehlerrechnung

Man schätze entsprechend dem Maßstab und der Sorgfalt beim Zeichnen des Diagramms die Fehler in der Bestimmung der Geradensteigung ab.

Für die Natriumdampf Lampe ist  $\Delta\lambda = \pm 0,3 \text{ nm}$ . Man bestimme nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz den mittleren absoluten Fehler von  $R$  und den der unbekanntes Wellenlänge  $\lambda$ .

#### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was bedeutet *Interferenz* von Licht und welche Eigenschaften müssen Lichtstrahlen haben um Interferenzerscheinungen zu zeigen?
- 2) Was versteht man unter *Kohärenz* zweier oder mehrerer Lichtwellen? Was wird mit *Kohärenzlänge* bezeichnet, wie groß ist diese Länge für natürliche Lichtquellen?
- 3) Welche Einschränkung gilt für den optischen Weglängenunterschied bei der Interferenz von weißem Licht?
- 4) Erklären Sie die Interferenz von monochromatischem (u. weißem) Licht an dünnen optisch durchlässigen Schichten mit parallelen oder schwach zueinander geneigten Oberflächen!
- 5) Beschreiben Sie die Entstehung der Newtonschen Ringe und leiten Sie eine Beziehung für die Radien der Intensitätsminima (dunkle Ringe) entsprechend Gl. (5) ab, welche in *reflektiertem* Licht beobachtet werden!
- 7) Wie ändern sich die Newtonschen Ringe, wenn zur Interferenz blaues anstatt rotes Licht verwendet wird?
- 8) Was passiert, wenn die Reflexion der Oberflächen der an der Interferenz beteiligten Schichten z.B. durch teilweise Verspiegelung erhöht wird? Wie ändern sich die Interferenzbilder, z.B. die von Newtonschen Ringen?

## Versuch D 14: Laser-Interferometer

- 1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. III, Optik  
 Pohl, Einführung in die Physik, Bd. III, Optik und Atomphysik  
 Schpolksi, Atomphysik, Bd. I u. II  
 Kohlrausch, Praktische Physik, Bd. I  
 Tradowski, Laser - kurz und bündig

**Stichworte:** Laserprinzip (induzierte Emission), He-Ne-Laser, Kohärenz, Interferenz, Interferometer, Brechungsgesetze (opt. Weglänge), thermische Ausdehnung

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Laser

Mit dem Begriff *Laser* werden Lichtquellen mit besonderen Eigenschaften bezeichnet, die sie von allen anderen natürlichen und technischen Lichtquellen unterscheiden: Laser emittieren scharfe Bündel kohärenter Lichtwellen im sichtbaren Bereich des Spektrums oder in den angrenzenden Gebieten (UV, IR). Das Laserlicht ist zudem extrem monochromatisch und kann eine sehr hohe Energiedichte haben. Diese Eigenschaften beruhen auf dem Prinzip der Lichterzeugung, das im Namen *LASER* selbst, der engl. Abkürzung für *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* zum Ausdruck kommt. Während das Licht konventioneller Lichtquellen durch spontane, d.h. zeitlich und räumlich unkorrelierte Übergänge von Elektronen aus energetisch angeregten Atomzuständen erzeugt wird, entsteht Laserlicht durch Übergänge, die durch eine Lichtwelle geeigneter Frequenz stimuliert bzw. induziert werden. Das erzeugte Licht überlagert sich dabei der erregenden Lichtwelle phasengleich, mit gleicher Polarisation und in gleicher Richtung, so dass die Lichtwelle kohärent verstärkt wird.

Aufgrund ihrer nützlichen Eigenschaften finden Laser-Systeme heute breite Anwendung in Technik und Wissenschaft. Die scharfe Bündelung des Laserstrahls erlaubt eine sehr hohe Präzision im Vermessungswesen über große Distanzen, z.B. beim Tunnelbau, oder in der Astronomie (Abstandsbestimmung Erde - Mond). Die hohe Energiedichte des gebündelten Laserlichts wird technisch bei der mechanischen Bearbeitung harter und hochschmelzender Materialien genutzt wie beim Schweißen, Schneiden und Bohren von Metallen oder in der Medizin, z.B.

bei der Behandlung von Netzhautablösungen. Die räumliche und zeitliche Kohärenz sowie die Monochromasie des Laserlichts ermöglicht eine Vielzahl von Anwendungen wie etwa in der Nachrichtentechnik zur optischen Informationsübertragung (Glasfaserleitung) und Informationsspeicherung (Holographie) sowie allgemein in der Interferometrie zur hochauflösenden Spektroskopie, zur Bestimmung geometrischer Längenunterschiede (auf Bruchteile von Wellenlängen genau) oder von Unterschieden der Brechungsindizes verschiedener optischer Medien. Die Interferometrie mittels Laserlicht ist auch der Gegenstand des vorliegenden Versuches.

#### 2.2 Absorption, spontane u. induzierte Emission

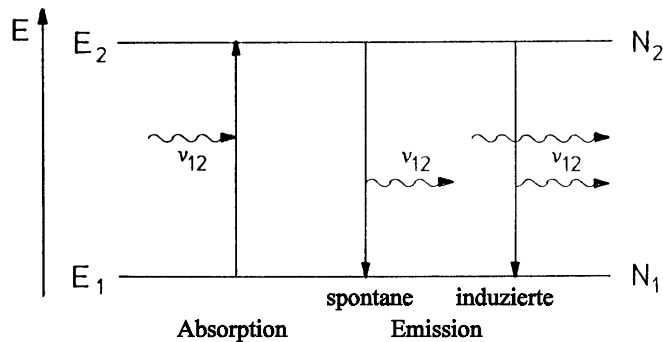
Zur einfachen Beschreibung der Vorgänge Emission und Absorption von Licht seien viele gleichartige Atome mit Elektronen in nur zwei (nicht entarteten) Zuständen der Energie  $E_1$  (Grundzustand) und  $E_2$  (angeregter Zustand) betrachtet (s. Abb. 1).  $N_1$  sei die Zahl der Atome im Zustand der Energie  $E_1$ ,  $N_2$  die der im Zustand mit der Energie  $E_2$ . Trifft eine Lichtwelle der Frequenz  $\nu_{21} = (E_2 - E_1)/h$  und spektralen Energiedichte  $\rho(\nu)$  auf die Atome, so wird diese z.T. absorbiert, d.h. es werden Übergänge der Elektronen von  $E_1$  nach  $E_2$  stattfinden, wobei die Zahl der in der Zeiteinheit angeregten Atome

$$-\frac{dN_1}{dt} = N_1 \rho(\nu) B_{12} \quad (1)$$

ist und die Konstante  $B_{12}$  die Wahrscheinlichkeit für den Absorptionsprozess, d.h. den Übergang der Atome von 1 nach 2 darstellt. Umgekehrt finden in der gleichen Zeit Emissionsprozesse statt; z.T. sind diese spontan aufgrund der endlichen Lebensdauer des angeregten Zustandes. Aus der mikroskopischen Umkehrbarkeit des Absorptionsprozesses folgt zum anderen, dass auch Übergänge von 2 nach 1 durch die einlaufende Lichtwelle induziert werden (Einstein). Die Zahl der Atome, welche in der Zeiteinheit in den Grundzustand übergehen, ist damit durch

$$-\frac{dN_2}{dt} = N_2 (A_{21} + \rho(\nu) B_{21}) \quad (2)$$

gegeben, wobei  $A_{21}$  die Wahrscheinlichkeit für die spontane,  $B_{21}$  die für die induzierte Emission darstellen. Sind die Atome im thermischen Gleichgewicht mit der Strahlung, so sind die Besetzungszahlen  $N_1$  und  $N_2$  zeitlich konstant, d.h. es finden in der Zeiteinheit gleich viele Emissions- wie Absorptionsprozesse statt.



**Abb.1:** Absorption, spontane und induzierte Emission von Licht bei einem atomaren Zweiniveausystem

Das Verhältnis  $N_2/N_1$  ist zudem durch den Boltzmann-Faktor

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T}\right) \quad (3)$$

festgelegt. Nach Gleichsetzen von Gl. (1) und (2) und Einsetzen von (3) erhält man für die spektrale Energiedichte

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - B_{21}} \quad (4)$$

und durch Vergleich von Gl. (4) mit der Planckschen Strahlungsformel (s. auch Versuch D8, Temperaturstrahlung) für die Koeffizienten A und B

$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{21}, \quad B_{12} = B_{21} \quad (5)$$

Für das Zahlenverhältnis von induzierten zu spontanen Emissionsprozessen thermischer Strahler erhält man mit Gln. (2), (4) u. (5) schließlich

$$\frac{\rho(\nu)B_{21}}{A_{21}} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (6)$$

Dieses Verhältnis ist im sichtbaren Bereich des Spektrums extrem klein ( $10^{-5}$  für  $T = 2000 \text{ K}$ ,  $\lambda = 600 \text{ nm}$ ), so dass das sichtbare Licht thermischer Strahler, wie etwa das einer Glühlampe praktisch nur durch spontane Emission zustande kommt. Darüber hinaus ist bei thermischen Strahlern nur ein sehr geringer Bruchteil der Atome im angeregten Zustand ( $N_2/N_1 \approx 10^{-5}$ , s. Gl.(3)), so dass die Zahl der in der Zeiteinheit stattfindenden Absorptionsprozesse die der induzierten Emission bei weitem überwiegt, d.h. die Größe  $(N_1 - N_2)\rho(\nu)B_{12}$  positiv ist, die erregende Lichtwelle also stets geschwächt wird. Eine Verstärkung der Lichtwelle durch induzierte Emission ist deshalb nur für  $N_2 > N_1$ , d.h. bei sog. *Besetzungsinversion* möglich.

### 2.3 Laser-Systeme, Helium-Neon-Gas-Laser

Zur Lichtverstärkung durch induzierte Emission muss einem geeigneten Laser-Medium (bestimmte Gase, Flüssigkeiten oder Festkörper) Energie, die sog. *Pumpenergie* zugeführt werden. Bei Flüssigkeiten und Festkörpern geschieht dies durch Einstrahlung von Licht, bei Gaslasern, wie auch bei dem im Versuch verwendeten He-Ne-Laser erfolgt die Zufuhr von Energie durch Elektronenstoß in einer elektrischen Gasentladung. Außerdem sind zur Erzeugung der Besetzungsinversion für die optische Übergänge von Laser-Medien nicht wie in Abb. 1 gezeigt nur zwei sondern mindestens drei Niveaus mit Energien  $E_3 > E_2 > E_1$  notwendig. Die Pumpenergie dient dabei zum Übergang von 1 nach 3. Die Inversion,  $N_3 > N_1$ , wird erreicht, wenn dieser Übergang optisch *verboten* ist (s. z.B. Auswahlregeln für Dipolstrahlung, Versuch D15, Zeeman-Effekt), so dass das System praktisch nur über den Zustand 2 in den Grundzustand 1 zurückkehren kann. Erfolgt der Übergang von 3 nach 2 (mit kleiner Energiedifferenz) strahlungslos, ist auch eine Besetzungsinversion der Zustände 2 und 1 möglich und der Übergang von 2 nach 1 fungiert als Laser-Übergang.

Beim He-Ne-Laser (s. Abb. 2) wird die benötigte Pumpenergie in der Gasentladung durch Elektronenstoß überwiegend den He-Atomen zugeführt. Diese werden dabei vom Grundzustand in zwei metastabile Zustände, d.h. solche mit großer Lebensdauer angeregt. Die Anregungsenergie der He-Atome wird während dieser Zeit durch Stöße vollständig auf die Ne-Atome übertragen (*Stöße zweiter Art*), so dass für diese eine Besetzungsinversion bestimmter Anregungsniveaus (sog. *Laserniveaus*) gegenüber tiefer liegenden Energiezuständen sowie dem Grundzustand erzeugt wird. Die von den Ne-Atomen emittierte Laser-

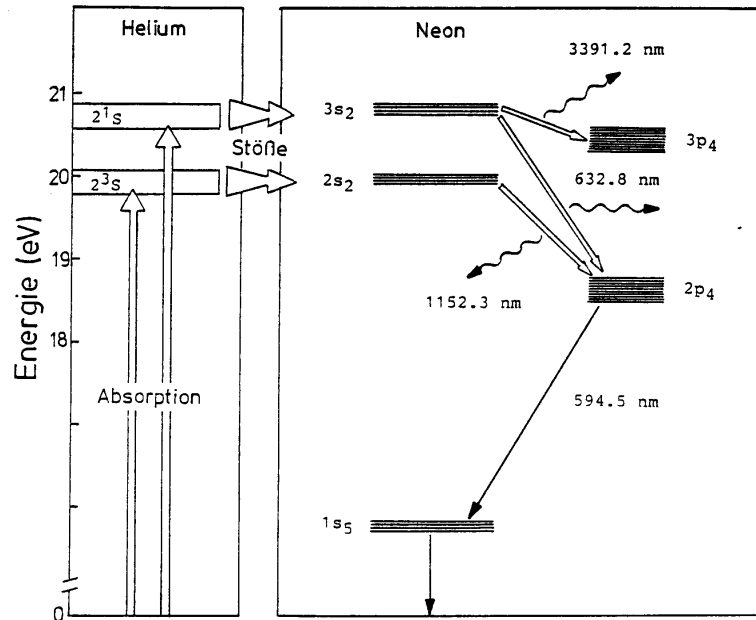


Abb.2: Energieschema für den Helium-Neon-Laser

↓ induzierte Übergänge (Laserübergänge), ↓ spontane Übergänge

Strahlung liegt im roten u. infraroten Bereich des Spektrums (632,8; 1152 u. 3391 nm).

Den grundsätzlichen Aufbau des He-Ne-Gas-Lasers zeigt Abb. 3. Das Gas befindet sich unter vermindertem Druck in einem Glaszylinder, in dem die elektr. Entladung stattfindet. Die Fenster an den Enden des Zylinders sind um den Brewster-Winkel (was ist das?) gegen die Zylinderachse verkippt, so dass dort nur Strahlung einer bestimmten Polarisationsrichtung reflexionsfrei austreten kann. Diese Strahlung wird zwischen zwei Spiegeln so in sich reflektiert, dass sie den Zylinder vielfach durchläuft und bei jedem Durchgang Laserstrahlung induziert bzw. durch diese kohärent verstärkt wird. Hierbei bildet sich eine stehende Welle aus, deren genaue Wellenlänge vom Abstand der Spiegel abhängt. Das System Zylinder-Spiegel stellt einen Resonator dar, der die Verstärkung und Emission des Lichts in einem nur sehr schmalen Frequenzintervall ( $\Delta\nu$  bis hinab zu ca. 1 Hz möglich) bewirkt. Die kohärente und extrem monochromatische Laser-Strahlung

tritt durch einen der Spiegel, der zum (geringen) Teil durchlässig ist, in den Außenraum.

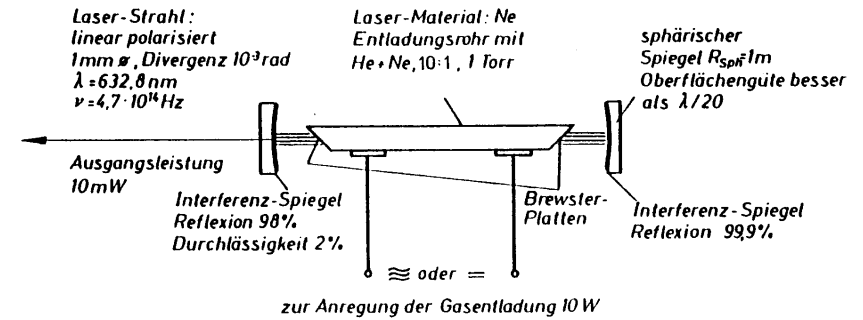
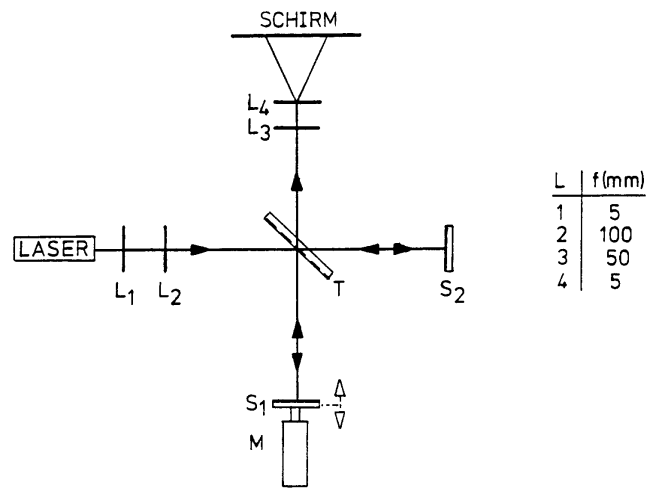


Abb.3: Typischer Aufbau eines He-Ne-Gaslasers

## 2.4 Interferometer, Versuchsanordnung

Bei Interferometern wird, wie der Name andeutet, die Interferenz von zwei oder mehreren kohärenten monochromatischen Lichtbündeln genutzt, d.h. von solchen, die eine räumlich (u. zeitlich) definierte Phasendifferenz aufweisen. Aus der Abhängigkeit der Phasendifferenz vom Strahlengang im Interferometer kann zum einen die Wellenlänge des benutzten Lichts sehr genau bestimmt werden, zum anderen lassen sich Unterschiede optischer Weglängen bei bekannter Wellenlänge präzise ermitteln. Laser sind wegen der großen Kohärenzlänge ihrer Strahlung ideale Lichtquellen für interferometrische Messungen, insbesondere bei der Interferenz in höherer Ordnung sowie der vieler Teilstrahlen (Vielstrahlinterferenz).

Abb. 4 zeigt schematisch den Aufbau und Strahlengang des Michelson-Interferometers, eines Zweistrahlinterferometers, das im vorliegenden Versuch u.a. zur Bestimmung der Wellenlänge des Laserlichts benutzt wird. Mit Hilfe der Linsen  $L_1$  und  $L_2$  wird der Strahl des Lasers aufgeweitet, so dass ein ausgedehntes, nahezu paralleles Lichtbündel von  $L_2$  auf den halbdurchlässigen Spiegel  $T$  als Strahlteiler trifft. Die von  $T$  ausgehenden Teilstrahlen werden an den beiden Spiegeln  $S_1$  und  $S_2$  in sich reflektiert und treffen an  $T$  wieder zusammen, wo sie entsprechend dem Unterschied der optischen Weglängen  $TS_1T$  und  $TS_2T$  konstruktiv oder destruktiv interferieren. Zur besseren Beobachtung wird der von  $T$  ausgehende Strahl nochmals durch die beiden Linsen  $L_3$  und  $L_4$  erweitert, bevor



**Abb.4:** Strahlengang des Michelson-Interferometers;  
 L<sub>1</sub> - L<sub>4</sub> Linsen zur Strahlaufweitung, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> Spiegel,  
 T teildurchlässiger Spiegel, M Mikrometerschraube

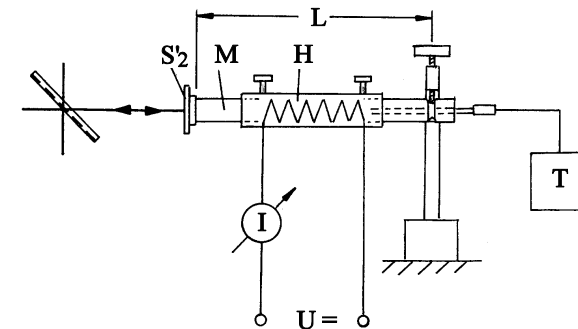
er auf den Schirm trifft und - bei optimaler Justierung aller Komponenten - als ausgedehntes Interferenzbild aus konzentrischen hellen und dunklen Ringen zu beobachten ist. Durch Verschieben des Spiegels S<sub>1</sub> längs des Lichtweges wird die Weglänge TS<sub>1</sub>T verändert, so dass im Interferenzbild die Ringe aus dem Zentrum heraus bzw. in dieses hineinlaufen. Die Bewegung des Bildes um einen Ringabstand entspricht gerade einer Phasendifferenzänderung der Teilstrahlen um 2π bzw. der optischen Weglängenänderung um λ, also der Verschiebung des Spiegels um λ/2. Ein an S<sub>1</sub> angebrachter Feinstelltrieb gestattet eine definierte Bewegung Δs des Spiegels, so dass mit

$$\lambda = \frac{2\Delta s}{z} \quad (7)$$

aus der Verschiebung des Interferenzbildes um z Ringe (oder Streifen) die Wellenlänge λ des Lichts bestimmt werden kann.

Umgekehrt kann mit Kenntnis der Wellenlänge bei ortsfestem Spiegel S<sub>1</sub> aus der Änderung des Interferenzbildes auch eine Veränderung Δs der Lage des Spiegels

S<sub>2</sub> bestimmt werden. Abb. 5 zeigt die Halterung des Spiegels S<sub>2</sub>' (anstelle S<sub>2</sub>) zur Bestimmung der (geringen) Längenänderung ΔL der Länge L = 10 cm eines Metallstabes infolge der Änderung seiner Temperatur. Der Metallstab M ist parallel zum Lichtweg TS<sub>2</sub>T an einem Ende ortsfest eingespannt; am anderen Ende ist der Spiegel S<sub>2</sub>' aufgeschraubt. Mit einer über den Stab geschobenen elektr. Heizmanschette H wird der Stab geringfügig (um einige Grad Celsius) oberhalb Raumtemperatur erwärmt und dabei der Spiegel S<sub>2</sub>' um die Strecke ΔL (=Δs) in



**Abb.5:** Halterung der Spiegels S<sub>2</sub>' des Michelson-Interferometers zur Bestimmung der Längenänderung ΔL des Metallstabes M bei Erwärmung; H elektr. Heizmanschette, T Temperaturanzeige

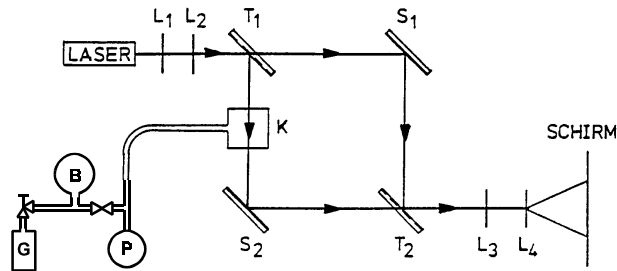
Richtung des Strahlteilers verschoben. Die Temperatur T des Stabes wird durch einen Sensor bestimmt, welcher an der eingespannten Seite in einer Bohrung steckt. Aus der mit Gl. (7) ermittelten Längenänderung ΔL und der Temperaturänderung ΔT des Stabes kann der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient α des benutzten Stabmaterials bei Raumtemperatur bestimmt werden:

$$\alpha = \frac{1}{L} \frac{\Delta L}{\Delta T} = \frac{\lambda}{2L} \frac{z}{\Delta T} \quad (8)$$

Der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient α metallischer Elemente hat bei Raumtemperatur die Größenordnung 10<sup>-5</sup> K<sup>-1</sup>. Bestimmte ferromagnetische Legierungen, sog. *Invar*, zeigen dagegen in einem weiten Temperaturbereich eine viel geringere Wärmedehnung und sind deshalb von großer technischer Bedeutung. Die schon seit etwa 100 Jahren bekannten FeNi-Invar-Legierungen haben z.B. bei der Zusammensetzung Fe<sub>65</sub>Ni<sub>35</sub> im Bereich um Raumtemperatur den



Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha = 1,2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .



**Abb.6:** Aufbau u. Strahlengang des Mach-Zehnder-Interferometers;  $L_1 - L_4$  Linsen zur Strahlauflösung,  $S_1, S_2$  Spiegel,  $T_1, T_2$  teildurchlässige Spiegel, K Kammer, P Pumpe, B Ballon, G Gasbehälter

Abb. 6 zeigt den Strahlengang eines Interferometers nach *Mach-Zehnder*. Im Unterschied zum Interferometer nach *Michelson* werden hier zwei halbdurchlässige Spiegel  $T_1$  und  $T_2$  zur Strahlteilung und -vereinigung benutzt. Einer der beiden Teilstrahlen durchläuft die mit Luft oder  $\text{CO}_2$  gefüllte Kammer K, die über einen Schlauch mit der Pumpe P sowie über Ventile mit dem Ballon B und dem Gasbehälter G ( $\text{CO}_2$ ) verbunden ist. Obwohl Gase einen Brechungsindex  $n$  von nahezu 1 haben, bewirkt ihre Dichte- bzw. Druckänderung in der Kammer eine Änderung der optischen Weglänge des Teilstrahls, so dass aus der Verschiebung des Interferenzbildes um  $z$  Ringe bzw. Streifen der Brechungsindex von Luft bzw.  $\text{CO}_2$  bestimmt werden kann.

Der druck- u. temperaturabhängige Brechungsindex  $n(p, t)$  von Gasen lässt sich darstellen als

$$n(p,t) = 1 + \frac{p(n_0 - 1)}{p_0(1 + \beta t)} \quad (9)$$

Hierbei sind:

- $p$ : Druck in der Kammer
- $p_0$ : Normaldruck ( $p_0 = 1013 \text{ mbar} = 760 \text{ Torr}$ )  $\approx$  Außenluftdruck

- $\beta$ : Ausdehnungskoeffizient des Gases ( $\beta = 1/273 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )
- $t$ : Temperatur ( $^\circ\text{C}$ )
- $n_0$ : Brechungsindex bei  $p_0, t_0 = 0^\circ\text{C}$
- Luft:  $n_0 = 1,000292$  ( $\lambda \approx 600 \text{ nm}$ )
- $\text{CO}_2$ :  $n_0 = 1,000449$  ( $\lambda \approx 600 \text{ nm}$ )

Mit der der Interferenzbedingung

$$z\lambda = (n(p,t) - n(p_0,t))L \quad (10)$$

folgt aus Gl. (9)

$$n_0 - 1 = \frac{z}{p_D} \frac{\lambda p_0 (1 + \beta t)}{L} \quad (11)$$

Hierbei ist  $p_D = p - p_0$  der an der Pumpe ablesbare Differenzdruck von Kammer und Außenraum und  $L = 50 \text{ mm}$  die Kammerlänge.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Bauen Sie ein Michelson-Interferometer gem. Abb. 4 auf und bestimmen Sie mit Gl. (7) die Wellenlänge des He-Ne-Laserlichts.
  - 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie mit dem Michelson-Interferometer gem. Abb. 5 und Gl. (8) den linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  von drei verschiedenen Metallstäben im Bereich um Raumtemperatur.
- oder:** Bauen Sie gem. Abb. 6 ein Mach-Zehnder-Interferometer auf und bestimmen Sie mit Gl. (11) den Brechungsindex  $n_0$  von Luft und  $\text{CO}_2$  unter Normalbedingungen.

### 4. Versuchsdurchführung und Auswertung

**Vorsicht!** Nicht direkt in den Laserstrahl schauen, auf keinen Fall in den unaufgeweiteten Strahl, um Augenverletzungen zu vermeiden! Schutzbrillen tragen!

**Achtung!** Bitte nicht die empfindlichen Spiegeloberflächen berühren!

Der Laser ist auf einem schwenkbaren Arm an einer Metallplatte montiert, welche schwingungsgedämpft auf dem Experimentiertisch liegt. Auf dieser werden alle optischen Komponenten bis auf den Schirm mittels Haftmagneten unter Ausnutzung der gesamten Plattenfläche montiert. Achten Sie darauf, dass der Laserstrahl (millimetergenau) parallel zur Plattenfläche verläuft, die Linsen und Spiegel in gleicher Höhe über der Platte angeordnet sind und die Strahlteiler so stehen, dass die optischen Achsen der Interferometer jeweils im rechten Winkel zueinander liegen. Prüfen Sie den Strahlengang mit Papier, die Höhe des Strahls über der Platte mit einem Maßstab. Die beiden Spiegel  $S_1$  und  $S_2$  haben auf ihrer Rückseite Stellschrauben zur Feinjustierung. Die Linsen  $L_1$  und  $L_2$  sollten so positioniert werden, dass der durch sie aufgeweitete Laserstrahl ein paralleles Lichtbündel darstellt, welches einen möglichst großen Teil der Spiegelflächen nicht jedoch deren Ränder trifft, um Beugungserscheinungen zu verhindern. Während der Versuche ist jegliche Erschütterung der Platte zu vermeiden.

#### 4.1 Michelson-Interferometer

Bestimmen Sie zunächst das Untersetzungsverhältnis des Feinstelltriebes. Bauen Sie danach das Interferometer gem. Abb. 4 auf. Beachten Sie, dass nach Justierung der Spiegel  $S_1$  und  $S_2$  die von ihnen reflektierten Teilstrahlen z.T. in die Lichtaustrittsöffnung des Lasers zurückfallen müssen. Nur wenn diese am Lasergehäuse sichtbaren Lichtflecke übereinander liegen, lässt sich ein Interferenzbild auf dem Schirm beobachten.

Im nachfolgenden Versuch wird der Feinstelltrieb 5 mal um jeweils 10 Umdrehungen verstellt und die entsprechende Zahl der Interferenzstreifen bestimmt. Beachten Sie dabei evtl. totes Spiel im Stelltrieb.

Berechnen Sie mit Gl. (7) die Wellenlänge des Lasers und die Standardabweichung des Messergebnisses. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Literaturwert. Diskutieren Sie mögliche Fehlerquellen und Schwierigkeiten bei der Versuchsdurchführung.

#### 4.2 Thermische Ausdehnung

Wählen Sie drei verschiedene Metallstäbe zur Bestimmung ihrer thermischen Längenänderung aus. Ersetzen Sie den Spiegel  $S_2$  des Michelson-Interferometers durch den Aufbau gem. Abb. 5. Die Feststellschrauben der Heizmanschette werden zur Verbesserung des thermischen Kontaktes zum Metallstab leicht ange dreht. Stellen Sie nach Anschluss der Spannungsversorgung für den Heizer

und Einschalten der Temperaturanzeige das Interferenzbild ein und warten Sie, bis sich dieses nicht mehr verändert, d.h. sich thermisches Gleichgewicht eingestellt hat. Stellen Sie nun den Heizstrom auf etwa 200 mA ein ( $U \approx 4 \text{ V}$ ) und notieren Sie die Temperatur des Stabes bei Verschiebung des Interferenzbildes um jeweils einen Streifen, bei Stäben mit sehr geringer Wärmedehnung die Verschiebung der Streifen für Temperaturintervalle von 0,5 K. Stellen Sie nach einer Temperaturerhöhung um ca. 5 K die Heizung aus und bestimmen Sie nun die (rückläufige) Verschiebung entsprechend, bis sich der Stab auf etwa 1 K oberhalb der Anfangstemperatur (Raumtemperatur) abgekühlt hat.

Die Messergebnisse  $z(T)$  sind für die drei Stäbe auf Millimeterpapier aufzutragen, über Ausgleichsgeraden mit Gl. (8) die thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  zu bestimmen und mit Literaturwerten zu vergleichen. Schätzen Sie aus den Messdaten die Maximalfehler für  $\alpha$  ab und diskutieren Sie vor allem mögliche *systematische* Messfehler bei dem hier verwendeten Versuchsaufbau.

Anmerkung: Die Längenänderung der Spiegelunterlage kann vernachlässigt werden, da sie aus Invar besteht.

#### 4.3 Mach-Zehnder-Interferometer

Bauen Sie das Interferometer gem. Abb. 6 auf. Beginnen Sie mit der Positionierung der Spiegel  $S_1$  und  $S_2$  und des Schirmes. Setzen Sie dann den Strahlteiler  $T_1$  parallel zu  $S_1$  mit der reflektierenden Oberfläche zu  $S_2$  so ein, dass das reflektierte Bündel den Spiegel  $S_2$  zentrisch trifft und von dort ebenfalls um  $90^\circ$  abgelenkt wird. Darauf wird  $T_2$  mit der reflektierenden Seite zu  $S_1$  eingesetzt und  $S_2$  so justiert, dass die Lichtbündel  $T_2$  an der gleichen Stelle durchsetzen und die Reflexe auf dem Schirm (unabhängig vom Abstand zu  $T_2$ ) übereinanderliegen. Bauen Sie anschließend die Strahlaufweitungssysteme auf und justieren Sie das Interferometer so, dass ein kontrastreiches, konzentrisches Ringsystem auf dem Schirm sichtbar wird.

Positionieren Sie darauf die mit Luft unter Außendruck gefüllte Kammer zwischen  $T_1$  und  $S_2$ . Gegebenenfalls ist die Kammer an der Pumpe (kurzer Hebel) zu belüften.

Es ist nun der Luftdruck in der Kammer durch *langsames* Pumpen (langer Hebel) auf  $p_D$  von ca. -800 mbar zu verringern und dabei nach einer Druckänderung von jeweils etwa 50 mbar die entsprechende Zahl  $z(p_D)$  der Ringverschiebung zu bestimmen.

Danach ist durch behutsames Drücken des kurzen Hebels der Pumpe umgekehrt der Druck in der Kammer *langsam* zu erhöhen und nach etwa den gleichen

Druckänderungen die jeweilige Zahl  $z$  zu bestimmen. Führen Sie diesen Versuch mindestens zweimal mit Luft durch.

Anschließend werden Kammer, Schlauch und Ballon, soweit möglich, leergepumpt und durch vorsichtiges Öffnen des Gasbehälterventils *langsam* mit  $\text{CO}_2$  gefüllt. Nach Schließen des Gasbehälters, Auspumpen und erneutem Füllen der Kammer mit  $\text{CO}_2$  wird der Interferenzversuch wie zuvor mit Luft durchgeführt.

Bestimmen Sie aus den jeweiligen Auftragungen  $z(p_D)$  über Ausgleichsgeraden und Gl. (11) den Brechungsindex  $n_0$  von Luft und  $\text{CO}_2$  und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den Literaturangaben. Diskutieren Sie wie in 4.1 u. 4.2 die Messergebnisse und evtl. Messfehler!

## 5. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Durch welchen Elementarprozess entsteht (sichtbares) Licht allgemein, welcher bewirkt die Erzeugung von *Laserlicht*?
- 2) Durch welche Eigenschaften unterscheidet sich das Licht eines Lasers von dem anderer Lichtquellen; welche dieser Eigenschaften sind für die Interferometrie günstig?
- 3) Unter welcher Voraussetzung ist durch induzierte Emission die kohärente Verstärkung einer Lichtwelle möglich?
- 4) Erläutern Sie den prinzipiellen Aufbau und das Funktionsprinzip eines He-Ne-Gas-Lasers!
- 5) Unter welchen Bedingungen können Lichtwellen konstruktiv bzw. destruktiv interferieren? Was bedeuten die Begriffe *Kohärenz* und *Kohärenzlänge*?
- 6) Erläutern Sie den Strahlengang eines *Michelson-Interferometers* sowie eines *Mach-Zehnder-Interferometers*! Mit welcher Auflösung können mit diesen Instrumenten Unterschiede optischer Weglängen bestimmt werden?
- 7) Wie hängt der Brechungsindex eines Gases von seiner Dichte bzw. vom Druck und von der Temperatur ab?
- 8) Warum dehnen sich Festkörper bei Temperaturerhöhung aus?

## Versuch D 16: Mikrowellen

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. II: Elektrizität u. Magnetismus  
 Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik  
 Pohl, Bd. 2 u. 3: Elektrizitätslehre, Optik u. Atomphysik

**Stichworte:** elektromagn. Wellen: Wellenlängen u. Frequenzen, Phase, Phasengeschwindigkeit, Transversalwellen, Polarisation, Intensität; geometr. Optik: Brechung, Reflexion; elektr. Polarisierbarkeit, Absorption; Interferenz von Wellen: Kohärenz, stehende Wellen; Erzeugung u. Nachweis von Mikrowellen

### 2. Grundlagen

Mikrowellen sind elektromagnetische Wellen wie Radiowellen, Licht oder Röntgenstrahlen. Ihr Frequenzbereich  $\nu$  reicht etwa von  $10^9$  Hz bis  $10^{12}$  Hz, ihr Wellenlängenbereich  $\lambda$  von einigen Dezimetern bis unterhalb 1 mm, entsprechend  $c = \nu \lambda$  ( $c =$  Lichtgeschwindigkeit). Das Spektrum der Mikrowellen grenzt an der langwelligen Seite an den UHF-Bereich der Radio- bzw. Fernsehwellen, auf der kurzwelligen Seite an den Bereich des infraroten Lichts.

Mikrowellen breiten sich wie die kurzwelligen Radiowellen geradlinig in Luft aus und haben eine mit ihnen vergleichbare Reichweite. Sie lassen sich wegen ihrer geringen Wellenlänge leicht zu einem relativ scharfen Strahl bündeln und werden insbesondere von elektrischen Leitern, wie Metallen, stark reflektiert. Eine Nutzanwendung dieser Eigenschaften der Mikrowelle ist der Radar zur Navigation bzw. Ortung von Objekten.

Eine weitere Nutzanwendung der Mikrowelle ist der heutzutage im Haushalt verbreitete Mikrowellenherd. Die hierfür erforderlichen Mikrowellen großer Feldstärke werden mit speziellen Elektronenröhren (Klystrons, Magnetrons) erzeugt und können in Raumbereichen geringer Abmaße - vergleichbar mit der Wellenlänge - konzentriert werden (Resonatoren, Hohlleiter). Die effiziente Heizwirkung der Mikrowelle beruht auf ihrer Absorption im Volumen eines elektrisch polarisierbaren, jedoch schlecht leitfähigen Stoffes, speziell in Wasser oder Eiweiß bzw. eiweißhaltigem Gewebe.

Mikrowellen verhalten sich hinsichtlich ihrer Ausbreitung im Vakuum oder in Materie ähnlich wie sichtbares Licht. Es lassen sich mit ihnen eine Reihe von optischen Versuchen wie z.B. zur Reflexion und Brechung wie mit Licht

durchführen. Aufgrund der im Vergleich zum Licht viel größeren Wellenlänge der Mikrowellen sind jedoch Beugungs- und Interferenzerscheinungen makroskopisch, d.h. auf Distanzen ihrer Wellenlänge beobachtbar. Mikrowellen sind daher geeignet, diese Welleneigenschaften elektromagnetischer Strahlung im Laborexperiment zu untersuchen.

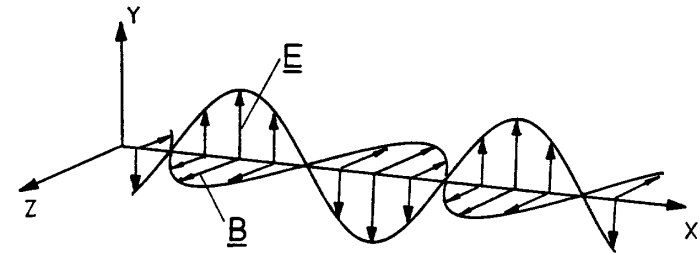
### 2.1 Elektromagnetische Wellen

#### 2.1.1 Grundbegriffe

Eine elektromagnetische Welle wird von elektrischen und magnetischen Feldern gebildet, die zeitlich oszillierend sich im Raume ausbreiten. Diese Felder sind nicht unabhängig voneinander. Ihr Zusammenhang wird durch die Maxwellschen Gleichungen beschrieben (J.C. Maxwell, 1831-79), welche besagen, dass ein sich zeitlich änderndes elektrisches Feld ein magnetisches Wirbelfeld und umgekehrt ein sich zeitlich änderndes magnetisches Feld ein elektrisches Wirbelfeld erzeugt.

Elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen, d.h. die Vektoren der elektr. Feldstärke  $\underline{E}$  und magnetischen Induktion  $\underline{B}$  stehen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle.  $\underline{E}$  und  $\underline{B}$  stehen außerdem noch senkrecht zueinander. Breitet sich eine elektromagn. Welle nur in einer Richtung, z.B. der x-Richtung aus, zeigen die  $\underline{E}$ - bzw.  $\underline{B}$ -Vektoren parallel zur yz-Ebene, z.B. in die y- bzw. z-Richtung. Eine solche ebene Welle lässt sich darstellen als:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= \underline{E}_0 \sin(kx - \omega t) , & \underline{E}_0 &= (0, E_0, 0) \\ \underline{B} &= \underline{B}_0 \sin(kx - \omega t) , & \underline{B}_0 &= (0, 0, B_0) \end{aligned} \tag{1}$$



**Abb.1:** Momentbild der elektr. Feldstärke  $\underline{E}$  und magnetischen Induktion  $\underline{B}$  einer ebenen elektromagnetischen Welle, die sich in x-Richtung ausbreitet.

Ein Momentbild dieser Welle zeigt Abb.1. Die Größen  $E_0$  und  $B_0$  in Gln. (1) sind die *Amplituden* der Welle,  $k = 2\pi/\lambda$  ist die *Wellenzahl\** und  $\omega = 2\pi\nu$  die *Kreisfrequenz*.

Zeigen die Vektoren  $\underline{E}$  und  $\underline{B}$ , wie im obigen Beispiel, in feste Raumrichtungen, ist die Welle linear polarisiert. Die Richtung des E-Vektors gibt die Polarisationsrichtung an. Verschieden linear polarisierte Wellen können sich zu elliptisch, zirkular oder nicht polarisierten Wellen überlagern.

Das Argument der Sinusfunktionen in Gl.(1)  $\varphi = kx - \omega t$  nennt man *Phase* der Welle. Sie bestimmt die relativen Größen  $E/E_0$  und  $B/B_0$  am Ort  $x$  zur Zeit  $t$ . Wie Gln.(1) und Abb.(1) zeigen, sind  $\underline{E}$  und  $\underline{B}$  der ebenen, fortschreitenden Welle in Phase, sie sind an einem Ort zu gleicher Zeit maximal oder minimal. Die Punkte konstanter Phase bewegen sich in der Zeit  $\Delta t$  um die Strecke  $\Delta x$ :

$$\varphi = kx - \omega t = k(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t) \quad (2)$$

also mit der *Phasengeschwindigkeit*

$$v_{ph} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Big|_{\varphi = \text{const.}} = \frac{\omega}{k} = v\lambda \quad (3)$$

Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt mit Gln. (1):

$$v_{ph} = \frac{E_0}{B_0} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (4)$$

$\epsilon$  und  $\mu$  sind die *Dielektrizitäts-* bzw. *Permeabilitätskonstante* des Stoffes, in dem sich die Welle ausbreitet,  $\epsilon_0$  und  $\mu_0$  die *Influenz-* bzw. *Induktionskonstante*. Im Vakuum ( $\epsilon = \mu = 1$ ) ist die Phasengeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle gleich der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . In Materie ist die Phasengeschwindigkeit (und die Wellenlänge, s. Gl.(3)), um den Faktor  $1/\sqrt{\epsilon \mu}$  geändert. I. a. sind  $v_{ph}$  und  $\lambda$  in Materie kleiner als die entsprechenden Größen im Vakuum.

\*) Der Vektor  $\underline{k} = (k_x, k_y, k_z)$  vom Betrag der Wellenzahl wird *Wellenvektor* genannt. Er gibt zugleich die Ausbreitungsrichtung einer beliebigen Welle im Raume an:  $\underline{E}(\underline{r}) = \underline{E}_0(\underline{r}) \sin(\underline{k} \underline{r} - \omega t)$ ; Im obigen Beispiel ist  $\underline{k} = (k, 0, 0)$ ;  $\underline{k} \underline{r} = kx$ .

Die *Intensität*  $I$  einer elektromagn. Welle entspricht ihrer mittleren Strahlungsleistung pro Flächeneinheit bzw. dem Mittelwert ihrer Energiestromdichte  $S$ . Für eine ebene elektromagn. Welle ist

$$S = \underline{E} \times \underline{H} \quad (5)$$

( $H$  = magn. Feldstärke). Mit Gl. (4) folgt nach zeitl. Mittelung von  $S$ :

$$I = \overline{S} = \overline{\underline{E} \times \underline{H}} \sim \overline{E^2} \sim E_0^2 \quad (6)$$

d.h. die Intensität der Welle ist proportional zum Amplitudenquadrat der elektr. oder magn. Feldstärke bzw. Induktion.

### 2.1.2 Wellenausbreitung in Materie

Trifft eine elektromagn. Welle auf einen Festkörper, wird ein Teil ihrer Intensität an seiner Oberfläche reflektiert, der andere dringt, i.a. unter Brechung, in ihn ein. Die Intensität dieser Welle wird wiederum durch Absorption und Streuung vermindert. Der verbleibende Rest wird z.T. an der rückseitigen Oberfläche reflektiert, z.T. tritt er, i.a. wieder unter Brechung, aus dem Körper aus.

Die Ausbreitung der Welle im Volumen des Stoffes ist von seinem *Brechungsindex*  $n$  und seiner *Absorptionskonstanten*  $K$  abhängig. (Die Steuerung sei hier nicht betrachtet). Die Reflexion hängt darüber hinaus von der Beschaffenheit der Oberfläche und vom Einfallswinkel (sowie der Polarisation) der Welle ab (s. z.B. Totalreflexion). Allgemein gilt: Eine elektromagn. Welle wird an den Stellen bzw. in dem Maße reflektiert, wo bzw. wie stark sich  $n$  und  $K$  ändern. Die Größe der Konstanten  $n$  und  $K$  ist von der Wechselwirkung des elektromagn. Feldes mit der Materie abhängig. Ihre exakte theoretische Beschreibung ist z.T. recht schwierig. Im folgenden hierzu nur einige wesentliche Gesichtspunkte:

Der Brechungsindex  $n$  (s. Brechungsgesetz von Snellius) gibt das Verhältnis der Phasengeschwindigkeiten bzw. Wellenlängen der Welle im Vakuum zu den entsprechenden Größen im Stoff an. Mit Gln. (3), (4) und  $\mu \approx 1$  für nicht ferromagnetische Stoffe ist:

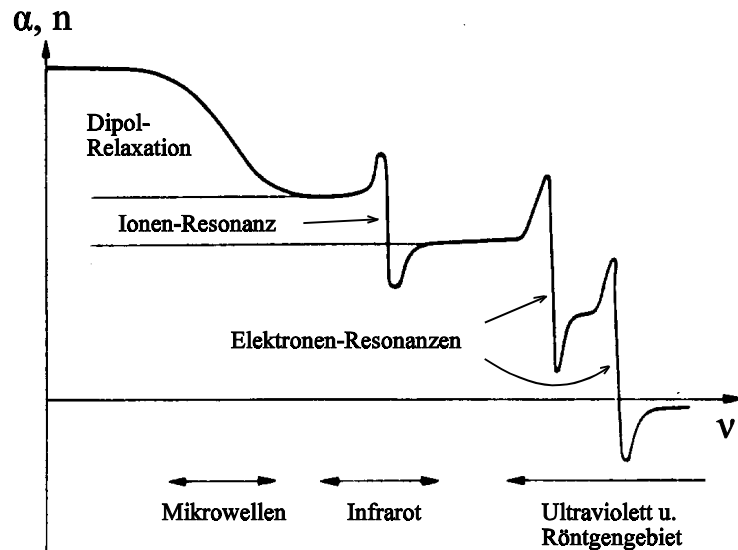
$$n = \frac{c}{v_{ph}} = \frac{\lambda}{\lambda_n} = \sqrt{\epsilon} \quad (7)$$

Die Absorptionskonstante  $K$  beschreibt die Schwächung der Intensität einer elektromagn. Welle, wenn sie einen Stoff mit der Dicke  $x$  durchdringt.

$$I(x) = I_0 \exp(-Kx) \quad (8)$$

Hierbei ist  $I_0$  die Intensität der Welle vor,  $I(x)$  die nach Durchlaufen des Stoffes.

Sowohl Brechung als auch Absorption sind von der Frequenz der elektromagn. Welle abhängig:  $n = n(\omega)$  bzw.  $\epsilon = \epsilon(\omega)$  und  $K = K(\omega)$ . Die Frequenzabhängigkeit der Brechung nennt man *Dispersion* (s. z.B. die spektrale Zerlegung des sichtbaren Lichts durch ein Prisma, Versuch D 5). Dispersion und Absorption sind nicht unabhängig voneinander. Sie werden von der frequenzabhängigen *elektrischen Polarisierbarkeit*  $\alpha$  der Moleküle oder Atome eines Stoffes im Feld der Welle bestimmt. Den typischen Frequenzgang von  $\alpha$  oder  $n$  eines nichtmetallischen Festkörpers zeigt Abb. 2 schematisch.



**Abb.2:** Elektr. Polarisierbarkeit bzw. Brechungsindex als Funktion der Frequenz für einen nichtmetallischen Festkörper (schematisch)

Mit steigender Frequenz nehmen  $\alpha$  und  $n$  von ihren statischen Werten zunächst stetig ab, da sich permanente oder induzierte elektrische Dipole im Wechselfeld

der Welle nicht mehr schnell genug ausrichten können. Diese für einen Festkörper i.a. im Mikrowellenbereich liegende sog. Dipolrelaxation hat zugleich eine erhöhte Absorption der Welle zur Folge. Hierbei wird Feldenergie in Wärme umgewandelt.

Bei größeren Frequenzen (IR- bis UV-Bereich) zeigen  $\alpha$  bzw.  $n$  neben ihrer Abnahme mit der Frequenz zusätzlich ausgeprägte Maxima und Minima, die von Resonanzen der Ionenrümpfe oder gebundener Elektronen des Festkörpers mit der elektromagn. Welle herrühren. Auch in der Nähe dieser Resonanzen tritt erhöhte Absorption auf.

Für sehr hochfrequente elektromagn. Wellen, wie die Röntgenstrahlen, ist die elektr. Polarisierbarkeit der Materie sehr gering, der Brechungsindex ist nahezu 1. (Zur Absorption von Röntgenstrahlen s. Versuch B 10: Röntgenstrahlen).

In Metallen können sich elektromagn. Wellen i.a. nicht ausbreiten. Dies liegt an der großen Zahl ihrer quasi frei beweglichen Elektronen, welche das elektromagn. Wechselfeld zu stark dämpfen. Metalle absorbieren daher elektromagn. Wellen nur in einer dünnen Oberflächenschicht, der größte Teil wird reflektiert. Oberhalb einer charakteristischen Frequenz im UV-Bereich, der sog. *Plasmafrequenz*  $\omega_p$ , werden jedoch auch Metalle für elektromagn. Strahlung durchlässig, da die Leitungselektronen infolge ihrer Masse dem elektr. Wechselfeld nicht beliebig schnell folgen können.

### 2.1.3 Interferenz

Wenn zwei oder mehrere elektromagnetische Wellen sich durch Brechung, Reflexion oder Beugung überlagern, können sie interferieren, d.h. ihre Felder können sich so überlagern, dass sie sich verstärken, schwächen oder sogar aufheben. Notwendig für die Fähigkeit zur Interferenz von Wellen ist ihre *Kohärenz*. Zwei Wellen sind kohärent zueinander, wenn ihre Felder die gleiche Zeitabhängigkeit besitzen; sie können jedoch eine feste Phasendifferenz haben.

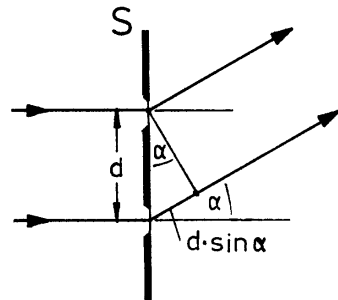
Für den einfachen Fall zweier ebener Wellen gleicher Amplitude und Polarisation, die sich wie in Gl.(1) angegeben ausbreiten aber einen Phasenunterschied  $\Delta\phi$  haben, folgt z.B. für das elektrische Feld  $\underline{E}_r$  der aus der Überlagerung resultierenden Welle

$$\begin{aligned} \underline{E}_r &= \underline{E}_0 \sin(kx - \omega t) + \underline{E}_0 \sin(kx - \omega t + \Delta\phi) \\ \underline{E}_r &= 2\underline{E}_0 \sin(kx - \omega t + \frac{\Delta\phi}{2}) \cos(\frac{\Delta\phi}{2}) \end{aligned} \quad (9)$$

Je nach Größe der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  ist der Interferenzterm  $\cos(\Delta\varphi/2)$  in Gl.(9) maximal ( $\Delta\varphi = 2\pi n$ ) oder verschwindet ( $\Delta\varphi = (2n - 1)\pi$ ); die resultierende Welle wird verstärkt oder ausgelöscht. Der Phasenunterschied entspricht einer relativen Verschiebung (Gangunterschied) der Teilwellen um die Strecke  $\Delta x = \Delta\varphi\lambda/2\pi$ , d.h. ein Gangunterschied  $\Delta x = n\lambda$  ergibt Verstärkung,  $\Delta x = (2n - 1)\lambda/2$  Auslöschung.

**Doppelspalt:**

Trifft z.B. eine ebene elektromagn. Welle auf einen Metallschirm mit zwei schmalen senkrecht gerichteten Spalten, breiten sich aufgrund der Beugung hinter ihnen die auslaufenden Teilwellen auch seitlich zur Richtung der einlaufenden Welle aus (s. Huygensches Prinzip). Diese Teilwellen interferieren miteinander (s. dazu Abb.3). Für Licht ist die Spaltbreite praktisch immer größer als dessen Wellenlänge, so dass Interferenz schon innerhalb eines Spaltes auftritt und sich im Beugungsbild der Interferenz zwischen den Spalten überlagert. Bei Mikrowellen, etwa im cm-Bereich, kann die Spaltbreite bequem so gewählt werden, dass nur Interferenz zwischen den Teilwellen der Spalte auftritt.



**Abb.3:**

Interferenz am Doppelspalt S mit Spaltabstand d:

Verstärkung falls:  
 $d \sin\alpha = n \lambda,$

Auslöschung falls:  
 $d \sin\alpha = (2n - 1) \lambda/2$

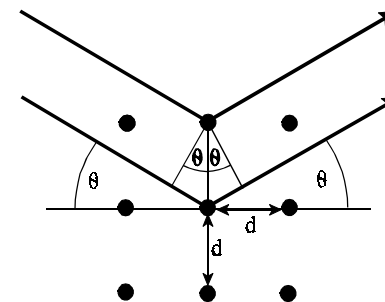
**Bragg-Reflexion:**

Eine vertikal polarisierte Mikrowelle ( $\underline{E}$  senkrecht) trifft auf eine Reihe von Metallstäben, die ebenfalls vertikal im Nachbarabstand d so angeordnet sind, dass sie ein quadratisches Gitter bilden (s. Abb.4). Infolge der Reflexion der Mikrowelle bildet jeder Stab das Zentrum einer sich kreisförmig ausbreitenden Welle. Die unter dem (auf die Richtung der einfallenden Welle bezogenen) Winkel  $2\theta$  reflektierten Teilwellen interferieren konstruktiv, d.h. verstärken sich, wenn der Weglängenunterschied der Wellen benachbarter Stäbe ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  ist:

$$2 d \sin\theta = n \lambda, \quad n = 1,2,3,\dots \quad \text{Braggsche Gleichung} \quad (10)$$

Die Schärfe der unter den verschiedenen Winkeln auftretenden Intensitätsmaxima sowie das Auftreten weiterer Nebenmaxima hängt von der Anzahl der Metallstäbe ab (vergl. Versuch D7: Beugung am Gitter; Auflösungsvermögen bei der Beugung an optischen Gittern sowie Beugung am Mehrfachspalt, Abb.4).

Die Bragg-Reflexion wird vor allem bei Röntgenstrahlen (mit viel kleinerer Wellenlänge) beobachtet, wenn sie an (vielen) Atomen von Kristallgittern (mit viel kleinerem Atomabstand) "gebeugt" unter scharfen *Glanzwinkeln*  $\theta$  zur konstruktiven Interferenz gelangen. Aus der Lage der Beugungsreflexe lässt sich Kristallstruktur und Gitterabstand der Atome bestimmen (s. Versuch B10: Versuch mit Röntgenstrahlen).



**Abb.4:**

Bragg-Reflexion am quadratischen Gitter von Metallstäben mit Abstand d:

Konstruktive Interferenz falls:  
 $2 d \sin\theta = n \lambda$

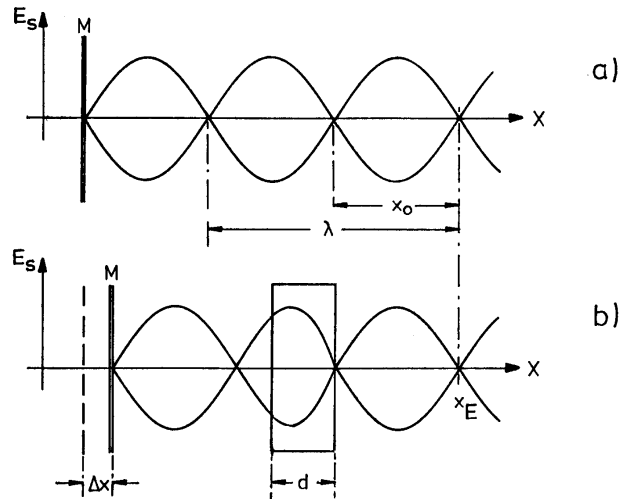
**2.1.4 Stehende Wellen**

Trifft eine ebene elektromagn. Welle, (s. Gl.(1)), senkrecht auf eine ebene Metallfläche, wird sie in sich selbst reflektiert. Es überlagern sich zwei Wellen, die sich im Vorzeichen der Wellenzahl und i.a. in ihrer Phase unterscheiden. Die elektr. Feldstärke der resultierenden Welle ist:

$$\underline{E}_s = 2 \underline{E}_0 \sin(\omega t) \cos(kx + \Delta\varphi) \quad (11)$$

Die Phasengeschwindigkeit dieser Welle ist Null, da sich z.B. die Lage der Maxima von  $\underline{E}_s$  ( $\cos(\dots) = 1$ : Schwingungsbäuche), bzw. Minima ( $\cos(\dots) = 0$ : Knoten) mit der Zeit nicht ändert. Man erhält eine *stehende* Welle. Der

Phasenfaktor  $\Delta\phi$  wird durch die Bedingung festgelegt, dass die elektr. Feldstärke auf der Metalloberfläche verschwindet. Der Abstand  $x_0$  der Minima (bzw. Maxima) von  $\underline{E}_s$  auf der x-Achse ist:



**Abb.5:** a) Elektr. Feldstärke  $E_s$  einer stehenden Welle durch Reflexion an einer Metallplatte M  
b) Stehende Welle mit verkürzter Wellenlänge im Körper mit Dicke  $d$  und Brechungsindex  $n > 1$

$$x_0 = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

Die Strecke  $x_0$  und somit die Wellenlänge  $\lambda$  lassen sich für stehende Mikrowellen direkt durch Messung der Lage der Feldstärkemaxima oder -minima bestimmen (s. Abb. 5a).

Führt man einen Körper der Dicke  $d$  mit Brechungsindex  $n > 1$  in das stehende Wellenfeld (s. Abb. 5b), ist die Wellenlänge im Volumen des Körpers verkürzt. Die Schwingungsbäuche und -knoten verschieben sich. Damit an der Stelle  $x_E$  (etwa der Stelle eines Detektors) z.B. ein Minimum der Feldstärke bestehen bleibt, muss die Metallfläche des Reflektors um die Strecke  $\Delta x$  verschoben werden. Aus der Verschiebung des Reflektors lässt sich der Brechungsindex des Körpers

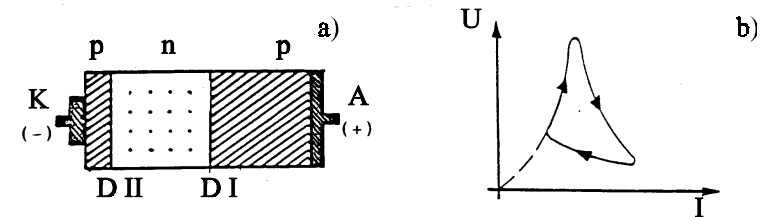
bestimmen ( $n_{\text{Luft}} = 1$ ). Mit  $d/\lambda_n = (d + \Delta x)/\lambda$  folgt:

$$n = \frac{\lambda}{\lambda_n} = 1 + \frac{\Delta x}{d} \quad (13)$$

Hierbei ist vorausgesetzt, dass  $n$  und  $d$  nicht zu groß sind ( $d/\lambda_n < 1/2$ ).

## 2.2 Erzeugung und Nachweis von Mikrowellen: Versuchsanordnung

Zur Erzeugung von Mikrowellen geringer Leistung werden, wie im vorliegenden Versuch, spezielle Halbleiterdioden, sog. *Gunn-Dioden* benutzt. Die hier verwendete Gunn-Diode (s. Abb. 6a) besteht aus einem GaAs-Halbleiter mit zwei p-dotierten und einem dazwischenliegenden schwach n-dotierten Bereich. Er bildet damit zwei gegengeschaltete Dioden DI u. DII. DI ist in Durchlass-, DII in Sperrichtung geschaltet (s. auch Versuch C11: HI-Diode und Transistor). Die positiven Raumladungswolken der p-Gebiete, die ohne äußere Spannung weit in das n-Gebiet hineinragen, werden beim Anlegen einer Spannung auf die Grenzschicht von DII getrieben, wo sie bei genügend hoher Feldstärke zum Durchbruch der Sperrschicht führen. Ein mit der Diode in Reihe liegender Widerstand bewirkt gleichzeitig den Abfall der Diodenspannung und damit des Feldes an der Sperrschicht: DII ist wieder gesperrt. Der Vorgang wiederholt sich zyklisch (s. Abb. 6b), wobei Mikrowellen abgestrahlt werden.



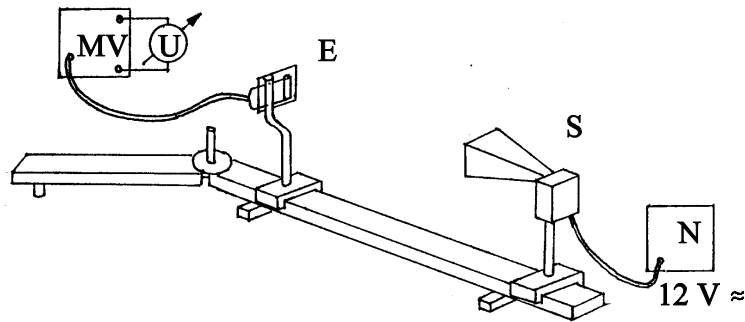
**Abb.6:** a) Aufbau einer Gunn-Diode: p,n: p-, n-dotierte Bereiche; A, K: Metallelektroden b) Diodenkennlinie

Die Diode des Mikrowellensenders befindet sich in einem metallischen Hohlkörper geeigneter Größe (Resonator), in dem sich die von ihr ausgehende Strahlung zu einem Wellenfeld bestimmter Wellenlänge aufschaukeln kann (Hohlraumresonanz). Über einen Hornstrahler an einer Öffnung des Resonators tritt die Mikrowelle mit einer Strahlungsleistung von ca. 10 mW linear polarisiert in den Außenraum..



Zum Empfang der Mikrowelle dient eine zylindrische Hochfrequenz-Diode als Dipol. Wird die Diode parallel zum Vektor der elektr. Feldstärke der Welle gehalten, entsteht an ihr eine Gleichspannung bzw. ein Gleichstrom proportional zum mittleren Betrag der Feldstärke. Bei schräger Stellung der Diode ist die Gleichspannung entsprechend der Projektion auf die Feldrichtung geringer. Zur Vergrößerung der Feldstärke am Ort der Diode kann hinter sie eine kleine Metallplatte als Reflektor montiert werden. Der Gleichstrom wird über ein Koaxialkabel einem Messverstärker zugeführt. Ein nachgeschaltetes Voltmeter dient als Anzeige.

Abb. 7 zeigt die Versuchsanordnung. Sender und Empfänger sind auf einer optischen Bank mit mm-Skala montiert. Die Bank besteht aus einer langen feststehenden und kurzen schwenkbaren Schiene. Der Sender steht auf der langen, der Empfänger je nach Versuch auf der langen oder kurzen Schiene.



**Abb.7:** Versuchsanordnung: S Sender, N Netzgerät, E Empfänger mit Reflektor, MV Messverstärker, U Spannungsmesser

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Prüfen Sie die Abstrahlcharakteristik und Polarisationsrichtung des Mikrowellensenders sowie das Absorptions- und Reflexionsvermögen verschiedener Materialien.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie Wellenlänge und Frequenz der Mikrowelle durch Ausmessen der Abstände von Maxima und Minima einer

stehenden Welle.

- 3. Aufgabe:** Bestimmen Sie den Brechungsindex von PVC durch Messung der Wellenlänge in diesem Material.
  - 4. Aufgabe:** Bestimmen Sie den Brechungsindex von Plexiglas durch Messung der Brennweite einer Zylinderlinse aus Plexiglas.
  - 5. Aufgabe:** Bestimmen Sie den Verlauf der elektr. Feldstärke der Mikrowelle hinter einem Doppelspalt in Abhängigkeit vom Winkel zur einlaufenden Welle.
- alternativ dazu:** Bestimmen Sie den Verlauf der elektrischen Feldstärke hinter einem Gitter aus Metallstäben in Abhängigkeit vom Winkel zur einlaufenden Welle.

### 4. Versuchsdurchführung

#### 4.1 Strahlung des Senders, Absorption und Reflexion

Montieren Sie den Sender S etwa auf der Position 90 cm der langen Schiene (Höhe ca. 22 cm über der Schiene) mit dem Trichter zur kurzen Schiene zeigend. Dies ist die Position von S für die Versuche 4.1 bis 4.4. Schließen Sie S an die Stromversorgung (12 V $\approx$ ) an, den Empfänger E an den Messverstärker MV (Bereich: 10<sup>-6</sup> - 10<sup>-7</sup> A), an dessen Ausgang das Voltmeter U (Bereich: 3 oder 10 V; nicht aber 30V, da U auf ca. 13V begrenzt ist!).

**Vorsicht** beim Hantieren mit dem Empfänger-Dipol! Die HF-Diode ist sehr empfindlich gegen Überspannung und kann beim Berühren infolge statischer Aufladung zerstört werden. Vermeiden Sie direkten Kontakt mit den Zuleitungen ohne sicherzustellen, dass diese kurzgeschlossen sind!

Halten Sie E ohne Reflektorplatte am Isolierstab senkrecht so in der Hand, dass die Zuleitungen zum Dipol senkrecht zu Wellenrichtung liegen. Führen Sie nun E in verschiedenen Abständen von S vor den Trichter und beobachten Sie die Anzeige des Voltmeters. Ermitteln Sie qualitativ die Abstrahlcharakteristik von S durch horizontale und vertikale Verschiebung von E.

Drehen Sie E in fester Entfernung von S um die Verbindungsachse von E und S und beobachten Sie das Voltmeter. Welche Richtung hat der Vektor der elektr. Feldstärke? Montieren Sie E (in gleicher Höhe wie S) auf der Position 30 cm so auf der langen Schiene, dass seine Leitung zum Verstärker senkrecht zur Wellenrichtung zeigt. (MV: 10<sup>-7</sup> - 10<sup>-8</sup> A). Führen Sie nun ein Metallgitter in

verschiedener Orientierung zwischen E und S. Bei welchen Stellungen des Gitters wird die Anzeige von U minimal bzw. maximal und warum?

Führen Sie verschiedene Körper wie Metall, Glas, Holz, PVC und die Hand zwischen S und E und schließen Sie aus der Anzeige auf ihr unterschiedliches Absorptionsvermögen.

Montieren Sie eine Metallplatte (20 x 20 cm<sup>2</sup>) auf der Position 60 cm der langen Schiene im Winkel von etwa 45° zu S und führen Sie E mit der Hand zur Prüfung des Reflexionsvermögens der Platte im Abstand von ca. 30 cm seitlich an ihr vorbei. Prüfen Sie qualitativ das Reflexionsgesetz. Wiederholen Sie den Versuch mit der Glasplatte. Vergleichen Sie Reflexions- und Absorptionsvermögen von Glas- und Metallplatte.

Achten Sie bei den folgenden Versuchsteilen darauf, dass möglichst wenige störende Reflexionen durch Sie selbst (Körper und Hände) sowie evtl. abgestellte Gegenstände auftreten!

Bestimmen Sie die Absorptionskonstante von Schaustoffplatten. Messen Sie die Intensität der Mikrowelle am Empfänger dipol (MV:10<sup>-7</sup>A-B.; U: 1-3-10V-B.), wobei Sie nacheinander n = 0, 1,..5 Schaumstoffplatten (Dicke d = 1cm) etwa mittig zwischen S und E halten. Verfahren Sie so, dass Sie dabei jeweils eine weitere Platte vom bereitgelegten Stapel nehmen und empfängerseitig an den Absorberstapel halten. Wiederholen Sie die Messung nach Umkehrung der Stapelfolge.

Bilden Sie in der Auswertung die Mittelwerte U<sub>m</sub> aus beiden Messreihen und tragen Sie ln(U<sub>m</sub>) über der Gesamtdicke x des Absorbers auf. Bestimmen Sie aus der Ausgleichsgeraden mit Gl.(8) die Konstante K.

#### 4.2 Stehende Wellen

Montieren Sie die Metallplatte gegenüber S genau auf der Position 30 cm so, dass die Welle senkrecht auftrifft. Verschieben Sie E auf einem Stativ langsam zwischen S und der Platte auf der Schiene und beobachten Sie das Voltmeter. Stellen Sie einen günstigen Messbereich am Verstärker und Voltmeter ein und bestimmen Sie die Abstände der Positionen von E für jeweils 10 aufeinanderfolgende Maxima und Minima der Anzeige. Wiederholen Sie diesen Versuch. Bestimmen Sie aus dem mittleren Abstand mit Gl. (12) die Wellenlänge der Mikrowelle sowie deren Frequenz ( $n_{Luft} = 1$ ). Schätzen Sie den Fehler bei der Bestimmung von  $\lambda$  ab. Überprüfen Sie, ob der aus den Messungen extrapolierte Verlauf der elektr. Feldstärke an der Position der Metallplatte ein Maximum oder Minimum ergibt.

#### 4.3 Brechungsindex von PVC

Benutzen Sie die Versuchsanordnung wie in 4.2 und justieren Sie E etwa bei der Position 45 cm so, dass er ein Minimum der Feldstärke anzeigt (s. Abb. 5a). Stellen Sie nun die 2 cm dicke PVC-Platte auf einem Stativ zwischen E und die Metallplatte und beobachten Sie das Voltmeter. Durch geringfügiges Verschieben der PVC-Platte auf der Schiene kann eine *maximale* Anzeige des Voltmeters erreicht werden. In dieser Position liegt ein Minimum der elektr. Feldstärke gerade auf der empfängerseitigen Oberfläche der PVC-Platte (s. Abb. 5b), so dass den Versuch störende Reflexionen durch die Platte selbst minimal werden. Schieben Sie nun die Metallplatte auf E zu, bis das Voltmeter wieder ein Minimum anzeigt. Wiederholen Sie den Versuch. Bestimmen Sie aus der Verschiebung der Metallplatte mit Gl. (13) den Brechungsindex von PVC für die Frequenz der Mikrowelle. Schätzen Sie den Fehler ab!

#### 4.4 Brechungsindex von Plexiglas

In diesem Versuch wird der Brechungsindex einer Zylinderlinse aus Plexiglas bei der Mikrowellenfrequenz über die Bestimmung ihrer Brennweite f ermittelt. Dabei wird die Position der Linse L ermittelt, bei der S über L auf E abgebildet wird.

Stellen Sie dazu E *mit* montiertem Reflektor an der Position 10 cm der kurzen, geradegestellten Schiene, also im fast maximalen Abstand gegenüber S auf und bestimmen Sie den Abstand E-S, indem Sie die Schienenlücke am Drehgelenk ausmessen. Stellen Sie die Linse zwischen S und E so auf die lange Schiene, dass die gewölbte Seite zu E zeigt. Die Position der empfängerseitigen Linsenkante kann leicht auf der Schiene abgelesen werden; sie wird näherungsweise als (bild- und gegenstandsseitige) Hauptebene der Linse angenommen (s. Versuch D1; Brennweite von Linsen und Linsensystemen). Verändern Sie den Abstand der Linse zu S, L-S = g (Gegenstandsweite) indem Sie L im Bereich zwischen g = 30 und ca. 80 cm (Pos. 69 - ca. 10 cm) in Schritten von 2 cm verschieben. Notieren Sie jeweils die Anzeige des Voltmeters (U:3-10 V-Bereich, MV: 10<sup>-7</sup>A). Lassen Sie sich hierbei etwas Zeit und schätzen Sie den zeitlichen Mittelwert der schwankenden Anzeige ab.

Tragen Sie in der Auswertung des Versuchs die Spannungsanzeige als Funktion der Gegenstandsweite g = L-S auf Millimeterpapier auf. Ermitteln Sie über eine Ausgleichskurve die Lage des Maximums und damit die Bildweite b (= E-S - L-S) der Versuchsanordnung. Bei genügend großem Abstand E-S gibt es zwei Gegenstandsweiten (Maxima der Spannung U), für die S auf E abgebildet wird (s. Versuch D1, Besselverfahren). Bei einer Gegenstandsweite von etwa dem halben Abstand E-S sollte daher ein Minimum der Spannung U zu beobachten sein. Prüfen

Sie diesen Zusammenhang und schätzen Sie den Fehler bei der Bestimmung der Lagen von Maximum und Minimum ab. Ermitteln Sie aus dem Zusammenhang

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

sowie der Linsenformel für die Brennweite einer plankonvexen Zylinderlinse

$$f = \frac{R}{n - 1}$$

den Brechungsindex  $n$ .  $R = 15$  cm ist hierbei der Krümmungsradius der Zylinderfläche. Berechnen Sie den relativen Maximalfehler von  $n$  unter Beachtung der Fehlerfortpflanzung mit der Annahme der folgenden maximalen Einzelfehler:

$$\Delta R = \pm 0,5 \text{ cm}; \Delta b = -\Delta g = \pm 1,5 \text{ cm}.$$

#### 4.5 Doppelspalt

Stellen Sie  $S$  im Abstand von ca. 35 cm vom Drehgelenk der optischen Bank auf der langen Schiene auf,  $E$  mit Reflektor ca. 30 cm vom Drehgelenk entfernt auf der kurzen Schiene. Montieren Sie die schmale Metallplatte mit der Querstange senkrecht zur langen Schiene über der Drehachse, die breiten Metallplatten an der Querstange seitlich neben die schmale. In dieser Anordnung entsteht ein Doppelspalt mit Spaltbreite 2,5 cm und Spaltabstand 8,5 cm. (MV:  $10^{-7}$  -  $10^{-8}$  A; U: 3 - 10 V- Bereich).

Verändern Sie den Winkel des Drehgelenks  $\alpha$  von  $-10^\circ$  (hintere Seite zur Raumwand) bis  $+70^\circ$  in Schritten von  $2^\circ$  und notieren Sie jeweils die Anzeige des Voltmeters und den MV-Bereich. Tragen Sie das Ergebnis auf Millimeterpapier auf und verbinden Sie die Messpunkte mit einer Kurve. Vergleichen Sie die Lage der Maxima u. Minima mit den entsprechenden theoretischen Werten gemäß Abb. 3 für parallele (ebene) Wellen ( $S$  u.  $E$  sehr weit vom Spalt entfernt). Diskutieren Sie das Messergebnis sowie mögliche Fehlerquellen im Rahmen dieses Vergleichs.

#### 4.6 Bragg-Reflexion am Gittermodell

Montieren sie  $S$  an der Position 70cm der langen Schiene und  $E$  (mit Reflektor) an der Position 20cm der kurzen Schiene (also etwas mehr als 30cm vom Drehgelenk entfernt). Montieren Sie die Doppelspaltbleche ohne den zentralen Steg unmittelbar neben das Drehgelenk auf der langen Schiene. Diese Bleche wirken

als Blende. Sie verhindern, dass der vom Gitter reflektierte Strahl mit dem Direktstrahl des Senders interferiert.

Bestimmen Sie zunächst den Intensitätsverlauf  $U(2\theta)$  der Mikrowelle am Empfänger (MV:  $10^{-7}$ - $10^{-8}$ A; U: 3-10V) in Abhängigkeit des am Drehgelenk eingestellten Winkels  $2\theta$  im Bereich  $2\theta = 0^\circ$  bis  $80^\circ$  in Schritten von  $4^\circ$ ; ermitteln sie also lediglich den Abschattungseffekt der Blende.

Stellen Sie nun das Gittermodell mit neuen Stäben entweder mit Abstand  $d = 3$ cm oder  $d = 4,2$ cm so auf das Drehgelenk, dass der  $\theta$ -Zeiger auf die Nullmarke zeigt. Justieren Sie die Feststellschrauben so, dass das Modell sich leicht genug auf der Achse drehen lässt aber nicht wackelt.

Im folgenden zweiten Messdurchgang wird der Intensitätsverlauf  $U(2\theta)$  von  $2\theta = 0^\circ$  bis  $80^\circ$  in Schritten von  $2\theta = 4^\circ$  bestimmt, indem das Modell auf den Winkel  $\theta$  und die Schiene auf den Winkel  $2\theta$  gestellt wird.

Tragen Sie in der Auswertung  $U(2\theta)$  über  $2\theta$  sowohl für die Blende allein als auch mit dem Gittermodell auf. Stellen Sie fest, in welchem Winkelbereich der Direktstrahl mit dem reflektierten Strahl sich überlagert, und in welchem lediglich die Interferenz der reflektierten Teilwellen beobachtet wird. Bestimmen Sie für diesen Bereich den Winkel  $\theta$ , bei dem ein Maximum auftritt und vergleichen Sie diesen Winkel mit dem aus der Bragg-Gleichung Gl.(10) berechneten.

#### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Durch welche Größen wird eine *elektromagnetische Welle* charakterisiert?
- 2) Welche Wellen gehören zum Spektrum der elektromagn. Wellen und in welcher Größenordnung liegen ihre jeweiligen Wellenlängen und Frequenzen?
- 3) Was ist die *Phasengeschwindigkeit* einer Welle? Wie groß ist sie für elektromagn. Wellen a) im Vakuum und b) in Materie?
- 4) Was ist eine linear polarisierte elektromagn. Welle?
- 5) Wie ist der *Brechungsindex* eines Stoffes definiert? Von welchen Materialeigenschaften hängt er ab?
- 6) Was versteht man unter *Beugung*, was unter *Interferenz* von Wellen? Nennen Sie Beispiele!
- 7) Wie kann man Mikrowellen erzeugen, wie kann man sie oder elektromagn. Wellen größerer Wellenlänge nachweisen bzw. ausmessen?