

## Versuch D 7: Beugung am Gitter

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3: Optik  
 W. Walcher, Praktikum der Physik  
 Kohlrausch, Praktische Physik, Bd. I  
 Berkeley Physik Kurs, Bd. 6, Physik im Experiment

**Stichworte:** Beugung, Interferenz, Fraunhofersche Anordnung, Huygenssches Prinzip, Beugung am Spalt und Doppelspalt, Beugung am Gitter

### 2. Grundlagen

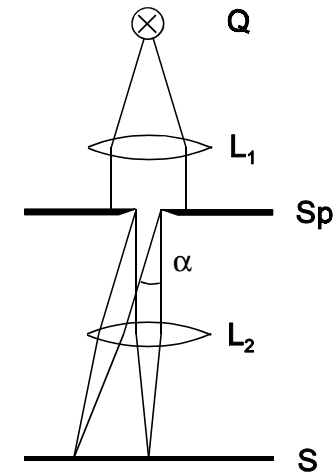
#### 2.1 Beugung und Interferenz

Die in der geometrischen Optik vorausgesetzte gradlinige Ausbreitung des Lichtes ist nicht mehr gewährleistet, wenn die freie Ausbreitung durch Hindernisse wie Blenden und Spalte (oder durch undurchlässige kleine Teilchen, wie Staub) gestört wird. Durch *Beugung* kann ein Teil des Lichtes auch in den geometrischen Schattenraum hinter dem Hindernis gelangen. Dieser Vorgang wird durch das *Huygenssche Prinzip* beschrieben. Danach fungiert jeder Punkt der Öffnung (Rand des undurchlässigen Hindernisses) als Ausgangspunkt einer Elementarwelle (Kugelwelle). Die Überlagerung - *Interferenz* - dieser frequenzgleichen und phasengekoppelten Wellen hinter dem Hindernis erzeugt das Beugungsbild, dessen Form und Struktur von der Wellenlänge des einfallenden Lichts sowie von der Form und Anzahl der Öffnungen abhängt.

Ein Maximum der Intensität auf einem hinter dem Hindernis angebrachten Leuchtschirm tritt immer dann auf, wenn die sich überlagernden (monochromatischen) Wellen einen Gangunterschied aufweisen, der einem ganzzahligen Vielfachen ihrer Wellenlänge entspricht. Zur Auslöschung (Minima) kommt es bei einem Gangunterschied, der einem ungeraden ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge entspricht.

In der Praxis wird die Beugung meistens in der sog. *Fraunhoferschen Anordnung* beobachtet. Wie Abb. 1 zeigt, befindet sich dabei die Lichtquelle Q im Brennpunkt einer Linse  $L_1$ . Dadurch fällt paralleles Licht auf den Spalt Sp und alle Strahlen, die hinter dem Spalt um den gleichen Winkel  $\alpha$  gebeugt werden, sind wiederum parallele Strahlen. Mit einer zweiten Linse  $L_2$  werden diese dann auf dem Schirm S, der sich im Abstand der Brennweite der zweiten Linse befindet, fokussiert und interferieren dort. Auf dem Schirm entsteht ein Interferenzbild aus hellen und

dunklen Streifen, wobei das Zentrum (Hauptmaximum) hell ist.



**Abb.1:** Fraunhofersche Anordnung bei Beugung am Einzelspalt

#### 2.2 Beugung am Einzel- und Doppelspalt

Ein einzelner Spalt liefert bei Fraunhoferscher Anordnung das in Abb. 2 gezeigte Beugungsbild. Zur Berechnung der Lage des ersten Minimums denkt man sich den Strahl in zwei gleichbreite Teilbündel zerlegt, wobei jeder Strahl des rechten Teilbündels mit einem entsprechenden des linken interferieren soll.

Herrscht im Punkt  $P_1$  Dunkelheit, so muss der Gangunterschied aller Teilstrahlen  $\lambda/2$  sein. Es gilt dann für das erste Minimum, wenn  $b$  die Spaltbreite ist:

$$\frac{b}{2} \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} \quad \text{bzw.} \quad b \sin \alpha = \lambda \quad (1)$$

Allgemein folgt für Minima höherer ( $n$ -ter) Ordnung

$$b \sin \alpha_n = n \lambda, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

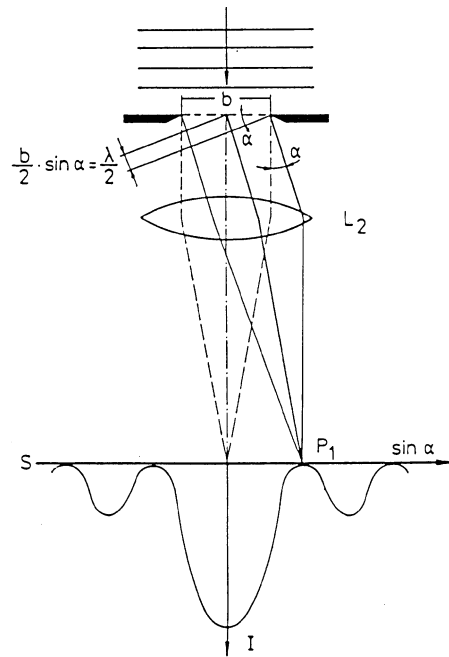


Abb.2: Beugung und resultierende Intensitätsverteilung am Einzelspalt

Umgekehrt erhält man Helligkeit (Maxima) wenn die Bedingung

$$b \sin \alpha_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

erfüllt ist. Man beachte, dass hierbei das zentrale Maximum ( $\alpha=0$ ) ausgenommen ist.

Historisch interessant ist der Übergang vom Einzelspalt zum Doppelspalt (Youngscher Doppelspaltversuch, 1802). Young bestimmte mit diesem Versuch zum ersten Mal die Wellenlänge des Lichtes. Ersetzt man den Einzelspalt durch zwei Spalte gleicher Breite  $b$ , die den Abstand  $D$  haben, wobei  $D > b$  ist, so hat dies folgende Konsequenz (s. Abb. 3): Erstens muss die Beleuchtungsstärke zunehmen, da durch zwei Spalte mehr Licht tritt als durch einen einzelnen. Wegen der Verstärkung durch die Interferenz steigt die Intensität der Maxima um das Vierfache. Zweitens können nunmehr auch zwei Teilstrahlen, die von

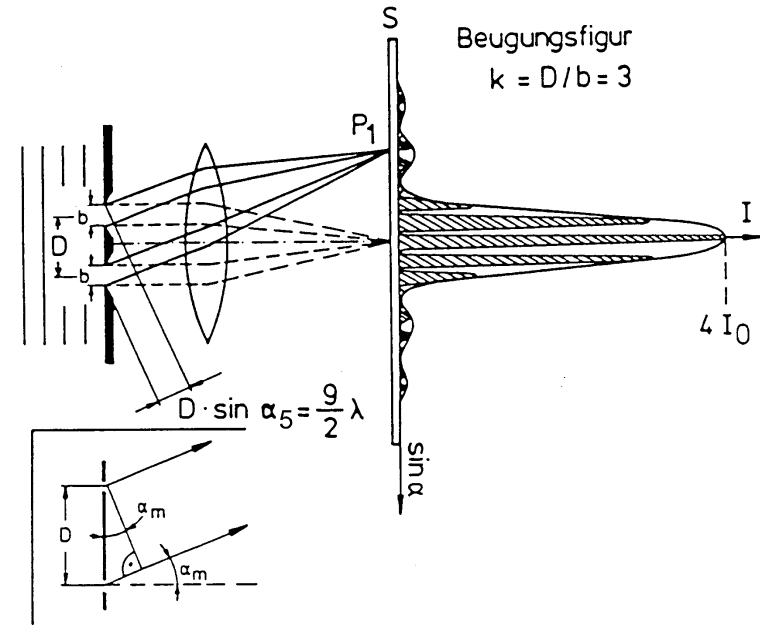


Abb.3: Beugung und Intensitätsverteilung am Doppelspalt

entsprechenden Punkten der beiden Einzelspalte unter gleichem Winkel ausgehen, interferieren. Es gibt also außer den alten Minima I. Klasse, die durch Gl. (2) gegeben sind, also bei  $\sin \alpha_1 = \lambda/b$ ;  $\sin \alpha_2 = 2\lambda/b$  usw. liegen, zusätzliche Minima II. Klasse, deren Lage durch

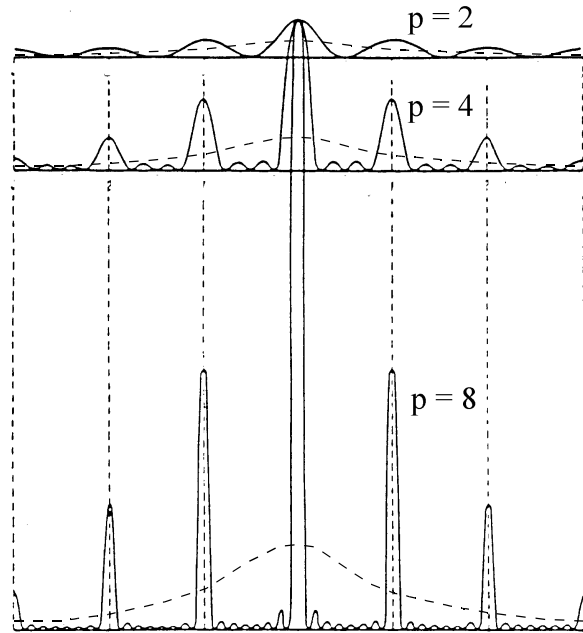
$$D \sin \alpha_m = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

gegeben ist, da Auslöschung von zwei homologen Teilstrahlen je eines Spaltes gerade dann erfolgt, wenn ihr Gangunterschied  $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2 \dots$  usw. beträgt. Da  $D > b$  folgt, dass die Helligkeitsverteilung des Einzelspaltes modifiziert wird und darin helle und dunkle Streifen auftreten. Die Zahl dieser Maxima und Minima II. Klasse hängt vom Verhältnis  $k = D/b$  ab. In Abb. 3 ist  $k = D/b = 3$ .

Für die Maxima der II. Klasse gilt:

$$D \sin \alpha_m = m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (5)$$

Man beachte, dass diese Maxima gegenüber dem Einfachspalt die 4-fache Intensität haben.



**Abb.4:** Intensitätsverlauf (schematisch) bei Beugung und Interferenz an  $p = 2, 4$  und  $8$  Spalten; gestrichelte Kurven: jeweils  $p$ -fache (zentrale) Intensität des Einzelspalts zum Vergleich

### 2.3 Gitter

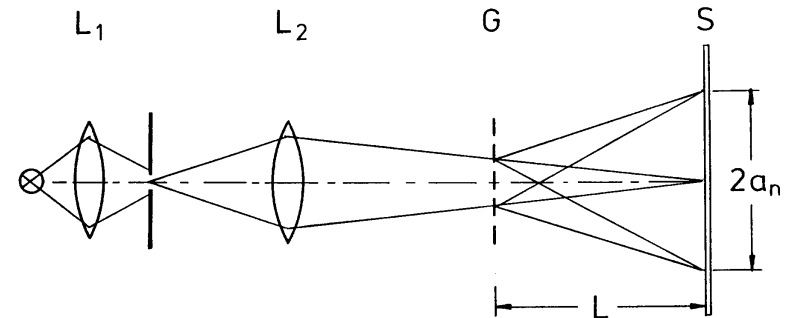
Erhöht man die Anzahl der Spalte weiter, d.h. geht man zu einer Vielzahl von gleichbreiten Spalten mit gleichgroßem Abstand über, so spricht man von einem *Gitter*. Abb. 4 zeigt schematisch, wie sich die Intensitätsverhältnisse und die Anzahl der Maxima und Minima beim Übergang von zwei auf vier und acht Spalte verändern. Für mehr als 2 Spalte treten sog. *Haupt- und Nebenmaxima* auf, deren Intensität mit steigender Spaltzahl stark zu- bzw. abnimmt.

Im Falle des Gitters verschwinden die Nebenmaxima fast vollständig. Man sieht also im wesentlichen die Hauptmaxima, die an den Stellen liegen, wo ursprünglich die Maxima des Doppelspaltes zu finden waren (s. Abb. 4), also

$$d \sin \alpha_n = n \lambda, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

wobei  $d$  der Abstand benachbarter Spalte, die sog. *Gitterkonstante* ist.

Für das Experiment zur Beugung am Gitter wählen wir die Anordnung wie in Abb. 5 gezeigt:



**Abb.5:** Versuchsanordnung zur Beugung und Interferenz am Gitter

Das von der Lichtquelle ausgehende Licht wird mittels der Kondensorlinse  $L_1$  auf einen Spalt gebündelt, der Spalt mit der Linse  $L_2$  auf dem Schirm  $S$  abgebildet. Der Abstand des Spaltes zur Linse  $L_2$  ist nur wenig größer als ihre Brennweite, so dass die Bildweite (Abstand  $L_2 S$ ) groß ist und die von  $L_2$  ausgehenden und auf das beugende Gitter  $G$  treffenden Strahlen nahezu parallel sind. Der Versuchsaufbau entspricht also der Fraunhoferschen Anordnung (s. Abb. 1). Auf dem Schirm ist senkrecht zur optischen Achse ein Maßstab angebracht, der sich im Abstand  $L$  vom Gitter befindet. Die Beugungswinkel  $\alpha_n$  genügen dann der Gleichung

$$\tan \alpha_n = \frac{a_n}{L} \quad (7)$$

wobei  $a_n$  der Abstand des Maximums  $n$ -ter Ordnung vom Zentrum (Maximum nullter Ordnung) auf dem Maßstab ist.

Ein gebräuchliches Strichgitter, welches auch im Praktikum verwendet wird, besteht aus einer planparallelen Glasplatte, auf deren Fläche mit einem Diamanten eine große Anzahl feiner paralleler Striche geritzt ist. An den eingeritzten Stellen wird das Licht gestreut. Für das hinter einem solchen Gitter beobachtete Licht wirken die geritzten, matten Stellen wie undurchsichtige Blenden, die unbearbeiteten Stellen wie Spalte. Man erreicht bei guten Gittern  $10^3$  Striche pro mm, so dass eine Gitterkonstante  $d$  von  $10^{-3}$  mm auftritt.

Man beachte, dass bei Verwendung von farbigen Lichtquellen rotes Licht (mit großer Wellenlänge) am Gitter auch größere Ablenkung erfährt als blaues Licht (mit kleiner Wellenlänge). (Gegensatz: Prisma!). Gitterspektralapparate eignen sich daher auch zur Analyse unbekannter Stoffe, so wie im Versuch D 5, Spektralanalyse beschrieben.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Ermitteln Sie die Wellenlängen einzelner Spektrallinien, die von einer Quecksilberdampfampe mit den Spektralfarben blau, grün und gelb emittiert werden.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Gitterkonstante eines Beugungsgitters mit Hilfe einer Natriumdampfampe ( $\lambda_D = 589$  nm).

### 4. Versuchsdurchführung und Auswertung

#### 4.1 Wellenlängenbestimmung

Setzen Sie die Quecksilberdampfampe auf die optische Bank und arbeiten Sie mit dem obigen Versuchsaufbau der Abb. 5. Fokussieren Sie zunächst das Bild des Spalts ohne Gitter auf den Maßstab. Stellen Sie darauf ein Gitter mit 570 Linien pro mm in möglichst großem Abstand  $L$  vom Maßstab in den Strahlengang. Bestimmen Sie Winkel der Intensitätsmaxima  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  mit den Spektralfarben blau, grün und gelb mit Gl. (7). Um auch die weiter außerhalb der optischen Achse liegenden Spaltbilder zu fokussieren, genügt es, lediglich die Linse  $L_2$  leicht zu verschieben. Berechnen Sie die Wellenlängen der Linien mit den Spektralfarben blau, grün und gelb aus Gl. (6).

Verändern Sie  $L$  und führen Sie die obige Messung noch einmal aus.

### 4.2 Bestimmung der Gitterkonstanten

Ersetzen Sie die Quecksilberdampfampe durch eine Natriumdampfampe ( $\lambda_D = 589$  nm). Verwenden Sie außerdem das zu untersuchende Beugungsgitter. Bestimmen Sie die Beugungswinkel für Interferenzmaxima der 1. bis 5. Ordnung. Berechnen Sie die Gitterkonstante mit Gl. (6).

### 5. Fehlerrechnung

Bestimmen Sie aus den jeweils 4 Messungen der ersten Aufgabe für jede Wellenlänge die Standardabweichung des Mittelwertes. Führen Sie die entsprechende Rechnung auch für die 5 Messungen der Gitterkonstanten aus.

### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was sind Grundvoraussetzungen für *Interferenz*?
- 2) Was besagt der Begriff der *Beugung* und womit wird er beschrieben?
- 3) Was versteht man unter *Fraunhoferscher* Beobachtungsweise?
- 4) Wie verändern sich die Beugungsbilder beim Übergang vom Einfachspalt zum Doppel- und Mehrfachspalt?
- 5) Wie groß muss der jeweilige Gangunterschied zweier interferierender Strahlen beim Einfach- bzw. Doppelspalt sein, damit auf dem Schirm Maxima bzw. Minima der Beleuchtungsstärke erscheinen?
- 6) Wie wirkt sich eine Verringerung der Gitterkonstanten auf das Beugungsspektrum eines Gitters aus?
- 7) Was bewirkt eine Erhöhung der Spaltenzahl?
- 8) Wie unterscheiden sich Gitter- und Prismenspektren?
- 9) Warum nennt man ein Gitterspektrum auch *Normalspektrum*?