Versuch C1: Elektrischer Widerstand von Metallen und Halbleitern

1. Literatur: Bergmann-Schaefer, Experimentalphysik, Bd. II
Walcher, Praktikum der Physik
Westphal, Physikalisches Praktikum
Gerthsen-Kneser-Vogel, Physik
Kohlrausch, Praktische Physik, Bd. 2
Kittel, Einführung in die Festkörperphysik

Stichworte: Elektr. Feld, elektr. Stromdichte, Driftgeschwindigkeit, Ohmsches Gesetz, Ladungsträgerkonzentration, Beweglichkeit, elektrische Leitfähigkeit bzw. spezifischer elektrischer Widerstand von Metall u. Halbleiter, Wheatstonesche Messbrücke

2. Grundlagen

2.1 Leitungsmechanismus und Ohmsches Gesetz

Wirkt längs eines Leiters ein elektrisches Feld, so wandern seine beweglichen Ladungsträger. Es stellt sich für diese ein Gleichgewicht zwischen der beschleunigenden Kraft des Feldes und der auf sie wirkenden *Reibungskräfte* ein, so dass ein stationärer, d.h. zeitlich konstanter elektr. Strom I durch den Leiter fließt:

$$I = \int_A \underline{j}\, d\underline{A} = \frac{dQ}{dt} \qquad (1)$$

Hierbei ist $\underline{j}$ ist die Stromdichte, A der Querschnitt des Leiters und Q die durch A transportierte Ladungsmenge.

Besteht der Leiter aus einem isotropen Stoff, sind Stromdichte $\underline{j}$ und Feldstärke $\underline{E}$ gleichgerichtet (s. Abb.1). Sind Elektronen (Ladung -e) mit der Konzentration n die beweglichen Ladungsträger, ist die Stromdichte:

$$\underline{j} = -en\underline{v}_D \qquad (2)$$

und die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen parallel zur Feldrichtung:

$$\underline{v}_D = -\mu \underline{E} \qquad (3)$$

$\underline{v}_D$ nennt man *Driftgeschwindigkeit*, μ die *Beweglichkeit* der Ladungsträger.

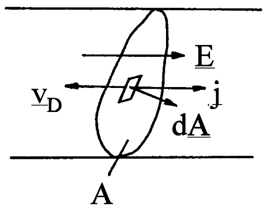

Abb.1:

Elektrischer Stromtransport durch Elektronen in Leitern:

$\underline{E}$ elektr. Feldstärke,
$\underline{j}$ elektr. Stromdichte,
$\underline{v}_D$ Driftgeschwindigkeit,

Für viele elektrische Leiter, insbesondere die Metalle, ist die Stromdichte $\underline{j}$ proportional zur elektrischen Feldstärke $\underline{E}$, d.h. es gilt das Ohmsche Gesetz:

$$\underline{j} = \sigma \underline{E}, \qquad \sigma = ne\mu = \frac{1}{\rho} \qquad (4)$$

σ ist die *elektrische Leitfähigkeit*, ρ der *spezifische elektrische Widerstand* des Leitermaterials. Diese materialspezifischen Größen sind, wie Gl. (4) besagt, von der Konzentration und Beweglichkeit der Ladungsträger abhängig.

Bei geeigneter Geometrie eines homogenen Leiters sind Stromdichte und Feldstärke in seinem Inneren räumlich konstant. Ist l die Länge und A der Querschnitt des Leiters, folgt mit $U = E\,l$ und $I = j\,A$ aus Gl. (4) das Ohmsche Gesetz in der bekannten Form:

$$I = GU = \frac{U}{R} \qquad (5)$$

Hier ist $G = A\sigma/l$ der *elektrische Leitwert* (Einh.: Siemens, $1\ S = 1\ \Omega^{-1}$), $R = \rho l/A$ der *elektrische Widerstand* (Einh.: Ohm, $1\Omega = 1V/A$). Aus der Kenntnis der Probengeometrie und einer Strom- u. Spannungsmessung können σ bzw. ρ bestimmt werden.

Metalle sind gute elektrische Leiter. Halbleiter stehen - wie ihr Name besagt - bezüglich ihrer elektrischen Leitfähigkeit zwischen den Metallen und den Isolatoren.

2.2 Elektrische Leitfähigkeit der Metalle

Im metallischen Festkörper sind die zur Bindung beitragenden äußeren Atomelektronen, die *Valenzelektronen*, nicht an die (ortsfesten) Ionen des Kristalls gebunden. Sie können sich quasi frei im Metall bewegen und verhalten sich bezüglich einiger physikalischer Eigenschaften, insbesondere der einfachen Metalle, wie ein Gas. (Modell des freien Elektronengases). Diese beweglichen Elektronen eines Metalls tragen den elektrischen Strom und werden deshalb *Leitungselektronen* genannt.

Die Konzentration der Leitungselektronen eines Metalls ist unabhängig von der Temperatur und groß im Vergleich zur Konzentration der beweglichen Ladungsträger in Halbleitern. Für Metalle ist $n = 10^{22}$ bis 10^{23} cm^{-3} (1 - 2 Elektronen/Atom), für Halbleiter bei Raumtemperatur nur $n = 10^{10}$ bis 10^{17} cm^{-3}. Dies ist vor allem der Grund, weshalb Metalle gute elektrische Leiter sind, Halbleiter dagegen weniger gute. So hat z.B. Kupfer bei Raumtemperatur die elektr. Leitfähigkeit $\sigma = 5{,}9 \times 10^5$ (Ohm cm)$^{-1}$ bzw. den spez. elektr. Widerstand $\rho = 1{,}7 \times 10^{-6}$ Ohm cm. Bei einem Halbleiter ist σ bei Raumtemperatur um mehrere Zehnerpotenzen kleiner.

Die Beweglichkeit μ der Leitungselektronen eines Metalls wird von den eingangs erwähnten „Reibungskräften“ bestimmt, die durch die Streuung der Leitungselektronen im wesentlichen an zwei Arten von Störungen des Kristalls verursacht werden:

1. Streuung an statischen Defekten des Kristallgitters, wie z.B. Fremdatomen, Versetzungen und Korngrenzen (Störungen der Gitterperiodizität). Diese Streuung bewirkt einen temperaturunabhängigen Beitrag ρ_0 zum spez. elektr. Widerstand;

2. Streuung an dynamischen Störungen des Gitters aufgrund der Temperaturbewegung der Kristallionen (Gitterschwingungen mit sog. *Phononen* als Energiequanten). Diese Streuung bewirkt einen temperaturabhängigen Beitrag ρ_T zum spez. elektr. Widerstand.

Der spez. elektr. Widerstand ρ eines Metalls lässt sich darstellen als die Summe beider Beiträge (Matthiessensche Regel):

$$\rho = \rho_0 + \rho_T \tag{6}$$

Bei tiefen Temperaturen ($T < 10$ K) ist die (mittlere) thermische Energie k_BT (k_B = Boltzmann Konstante) pro Schwingung sehr gering, so dass ρ_0 dominiert. In diesem Temperaturbereich zeigt ein Metall den vom Grad seiner Reinheit und vom Kristallgefüge abhängigen, jedoch temperaturunabhängigen *spez. Restwiderstand* ρ_0 (s. Abb. 2b).

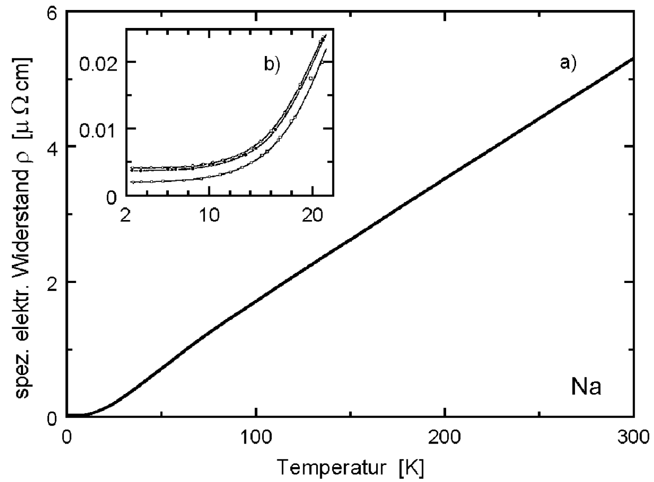

Abb.2: Spez. elektr. Widerstand $\rho(T)$ von Natrium, a) im Temperaturbereich 0 - 300 K, b) bei tiefen Temperaturen $T \leq 20$ K an drei verschiedenen Proben gemessen

Bei steigender Temperatur nimmt der Anteil ρ_T mit der Anzahl der thermisch angeregten Phononen zu. Bei genügend hohen Temperaturen (z.B. Raumtemperatur) dominiert ρ_T und nimmt nahezu linear mit T zu (s. Abb.2a), so dass:

$$\rho(T) = \rho_1 + a\,(T - T_1) \tag{7}$$

bzw.

$$\rho(T) = \rho_1[1 + \alpha(T - T_1)] \tag{8}$$

wobei ρ_1 den spez. elektr. Widerstand bei einer Bezugstemperatur T_1 (z.B. 0 °C) darstellt und die Größe

$$\alpha = \frac{1}{\rho_1}\frac{d\rho}{dT} = \frac{1}{R_1}\frac{dR}{dT} \tag{9}$$

der Temperaturkoeffizient (TK oder TC) des elektr. Widerstandes ist. Reine Metalle haben einen positiven Temperaturkoeffizienten des elektr. Widerstandes von etwa der Größe $\alpha = 3...6 \times 10^{-3}\ K^{-1}$, bezogen auf R(0°C).

Bestimmte metallische Legierungen, insbesondere solche mit hohem Restwiderstand, haben dagegen über einen weiten Temperaturbereich einen viel kleineren positiven oder sogar negativen Temperaturkoeffizienten α, so z.B. *Manganin* (84% Cu, 4% Ni, 12% Mn). Man benutzt solche Legierungen wegen der geringen Temperaturabhängigkeit ihres elektr. Widerstandes zum Bau von Präzisionswiderständen.

2.3 Elektrische Leitfähigkeit von Halbleitern

Man unterscheidet - nach Art der beweglichen Ladungsträger - ionische von elektronischen Halbleitern. Hier seien nur letztere betrachtet, bei denen sowohl Elektronen als auch Defektelektronen (sog. *Löcher* mit Ladung +e) zum Stromtransport beitragen können. Eine anschauliche Darstellung des Leitungsmechanismus elektronischer Halbleiter ist in der Anleitung zum Versuch C11 (*Kennlinien von HL-Diode und Transistor*) zu finden. Im folgenden ist hier nur Wesentliches zur Leitfähigkeit zusammengefasst und ergänzt:

Die elektr. Leitfähigkeit von Halbleitern ist durch die Summe der Beiträge von Elektronen und Löchern gegeben:

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_h \tag{10}$$

n und p sind die Ladungsträgerkonzentrationen der zum Strom beitragenden Elektronen und Löcher, μ_e und μ_h sind ihre Beweglichkeiten.

Man unterscheidet bei Halbleitern die *Eigenleitung* von der *Störstellenleitung*. In reinen Halbleitern (ohne Fremddotierungen) liegt für nicht allzu tiefe Temperaturen Eigenleitung vor. Die Konzentration $n_i = (n\,p)^{1/2}$ der beweglichen Ladungsträger ist hierbei viel geringer als die der Metalle. Für reines Silizium ist z.B. bei Raumtemperatur n_i ca. 2×10^{10} cm^{-3} (Vergl. hierzu n_{Cu} !). Die Konzentration n_i - und praktisch in gleichem Maße die Leitfähigkeit σ - ist darüber hinaus stark temperaturabhängig, im wesentlichen ist

$$\sigma_i \sim n_i \sim \exp\left(-\frac{\Delta W}{2k_B T}\right) \tag{11}$$

Die Größe ΔW (ca. 1 eV) ist die für einen reinen Halbleiter charakteristische Anregungsenergie der Ladungsträger, die diese benötigen, um zum Stromtransport beizutragen.

In Halbleitern mit Dotierung bestimmter Fremdatome überwiegt (bei nicht zu hoher Temperatur) die Störstellenleitung. Sie wird durch die Elektronen oder Löcher der leicht ionisierbaren Fremdatome verursacht.

Zur Beschreibung der Temperaturabhängigkeit der Ladungsträgerkonzentration n bzw. p eines dotierten Halbleiters unterscheidet man drei Temperaturbereiche (s.Abb.3a):

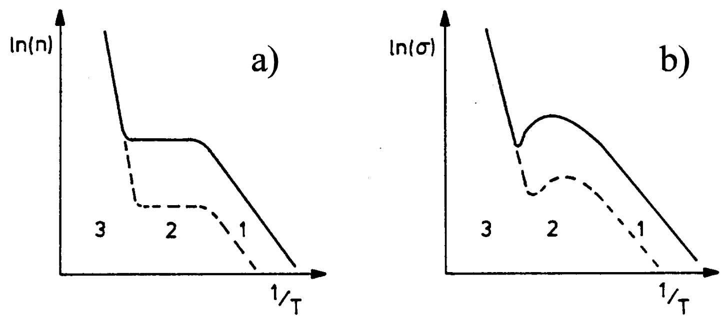

Abb.3: Temperaturabhängigkeit (schematisch) für a) Ladungsträgerkonzentration, b) elektrische Leitfähigkeit eines n-Halbleiters mit (—) hoher und (– –) niedriger Dotierung; 1) Störstellenreserve, 2) Störstellenerschöpfung, 3) Eigenleitung

1. *Störstellenreserve* (bei tiefen Temperaturen): Mit steigender Temperatur werden die Fremdatome ionisiert, die Ladungsträgerkonzentration nimmt im wesentlichen exponentiell zu;
2. *Störstellenerschöpfung* (bei mittleren Temperaturen): Alle Fremdatome sind ionisiert, die Ladungsträgerkonzentration ist temperaturunabhängig;
3. *Eigenleitung* (bei hohen Temperaturen): Die Ladungsträgerkonzentration der Eigenleitung überwiegt und nimmt mit steigender Temperatur exponentiell zu.

Die Beweglichkeiten μ_e der Elektronen und μ_h der Löcher sind unterschiedlich und ebenfalls temperaturabhängig. Sie nehmen - ähnlich wie bei den Metallen - mit steigender Temperatur aufgrund der Streuung an den Gitterschwingungen ab. In den Bereichen 1) und 3) wird die Leitfähigkeit σ jedoch von der stark temperaturabhängigen Ladungsträgerkonzentration n oder p dominiert, so dass dort σ etwa die gleiche Temperaturabhängigkeit wie n bzw. p hat (s. Gl.(11)). Man beobachtet für Halbleiter einen Verlauf $\sigma(T)$, wie er in Abb. 3b für verschieden starke Dotierungen schematisch dargestellt ist.

Bei hohen Temperaturen oder entsprechend geringer Dotierung (Bereich 3) nimmt die Leitfähigkeit des Halbleiters mit T stark zu (der spez. Widerstand entsprechend ab). Der elektr. Widerstand hat dort einen (stark temperaturabhängigen) negativen Temperaturkoeffizienten. Ein elektronisches Bauelement aus einem solchen Material nennt man entsprechend *NTC-Widerstand*. Bei mittleren Temperaturen oder entsprechend großer Dotierung (Bereich 2) ist es umgekehrt: Die Ladungsträgerkonzentration ist unabhängig von T und die Abnahme von μ mit steigender Temperatur bewirkt einen positiven TK des Widerstands (*PTC-Widerstand*).

3. Aufgabenstellung

1. Aufgabe: Mit einer Wheatstoneschen Messbrücke ist der elektrische Widerstand R(T) eines Kupferdrahtes im Temperaturbereich zwischen Raumtemperatur und 75°C zu bestimmen.

2. Aufgabe: Mit der gleichen Messmethode ist der elektr. Widerstand R(T) eines Halbleiters (NTC-Widerstand) im gleichen Temperaturintervall zu bestimmen.

3. Aufgabe: Aus den Messergebnissen ist mit Gl. (9) der Temperaturkoeffizient α des elektrischen Widerstands des Kupferdrahtes und mit Gl. (11) die Anregungsenergie ΔW des Halbleiters zu bestimmen.

4. Versuchsanordnung

Das Bauteil mit dem zu bestimmenden Widerstand R befindet sich in einem Wasserbehälter, dessen Temperatur mit einem elektrischen Heizer variiert und mit einem Thermometer bestimmt wird. Ein motorgetriebener Magnet bewegt einen im Wasser liegenden Rührstab, um für eine möglichst homogene Temperatur des Wassers zu sorgen.

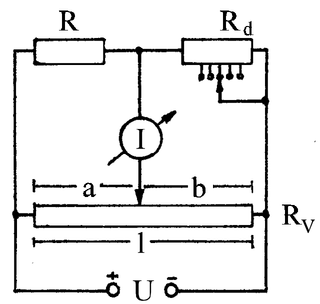

Abb.4:

Schaltbild der Wheatstoneschen Messbrücke

Abb.4 zeigt die Schaltung der Wheatstoneschen Messbrücke. Der unbekannte zu bestimmende Widerstand R ist mit einem bekannten, im vorliegenden Versuch dekadisch einstellbaren Widerstand R_d in Reihe geschaltet. Ein Potentiometer R_V,dessen Abgriff kontinuierlich über seiner gesamten Länge l verschiebbar ist, liegt parallel zu R und R_d. Zwischen dem Abgriff des Potentiometers und der Verbindung von R und R_d liegt ein Strommesser I als Nullinstrument. Liegt zwischen den Enden von R_v sowie R und R_d die Spannung U (im vorliegenden Versuch eine Gleichspannung von etwa 2 V), so fließt ein Strom, der sich in beide Äste der Brücke verzweigt. Durch Verändern von R_d und Verschieben des Abgriffs von R_v kann erreicht werden, dass der Strommesser I Stromlosigkeit anzeigt (Abgleich der Brücke). Dies bedeutet, dass die Potenzialdifferenz (= Spannung) zwischen dem Abgriff von R_v und der Verbindung von R und R_d verschwindet, d.h. die über R und der Länge a = l - b des Potentiometers abfallenden Spannungen U_R bzw. U_a gleich sein müssen. Diese sind wiederum jeweils nur durch die einzelnen Teilströme in den beiden Ästen der Brücke bestimmt und verhalten sich zur Gesamtspannung U wie die Widerstände zu den entsprechenden Gesamtwiderständen der Brückenäste. Es folgt mit:

$$U_R = \frac{R}{R + R_d} U = U_a = \frac{a}{a + b} U \qquad (12)$$

$$R = \frac{a}{b} R_d \qquad (13)$$

Der Abgleich der Brücke ist mit dem Dekadenwiderstand grob und mit dem Potentiometer fein durchzuführen. Das Potentiometer hat wie ein Rechenstab eine Skala, welche das eingestellte Verhältnis a/b direkt angibt und damit die

Bestimmung von R recht einfach macht. Die größte Empfindlichkeit des Abgleichs erreicht man wenn a/b etwa gleich 1 ist.

5. Versuchsdurchführung und Auswertung

5.1 Kupferdraht

Man montiere den Probenhalter mit der Spule aus Kupferdraht so am Stativ, dass die Spule ganz in das Wasser taucht und möglichst nah am Thermometer hängt. Achten Sie darauf, dass sich der Rührstab am Boden des Gefäßes frei bewegen kann. Stellen Sie danach die Schaltung gem. Abb. 4 her und bestimmen Sie zunächst den Widerstand des Drahtes bei Raumtemperatur bzw. der tiefsten Temperatur des Wassers.

Beim Abgleich der Brücke verfahre man folgendermaßen: Stellen Sie bei noch abgeschalteter Spannungsquelle das Potentiometer etwa auf Mittelstellung. Nach Einschalten von U ist durch Variieren von R_d der Strom I minimal zu machen und nachfolgend der Feinabgleich mit dem Potentiometer vorzunehmen.

Bestimmen Sie den Widerstand des Drahtes bei Temperaturen in Intervallen von jeweils ca. 5 °C bis hinauf zu 75 °C. Stellen Sie für diese Messungen den Heizer jeweils so ein, dass die Heizungsanzeige gerade aufleuchtet bzw. das Wasserbad sich langsam auf die gewünschte Temperatur erwärmt. Stellen Sie den Heizer nach der letzten Messung wieder ab.

Tragen Sie die Messergebnisse in geeignetem Maßstab auf Millimeterpapier auf und bestimmen Sie durch eine Ausgleichsgerade grafisch den Temperaturkoeffizienten α des elektr. Widerstandes bezogen auf den Widerstand bei 0 °C.

Durch entsprechende Geraden mit maximaler und minimaler Steigung ist der Fehler von α abzuschätzen. Berücksichtigen Sie hierbei unsystematische Messfehler $\Delta T = \pm\, 0{,}2$ °C und $\Delta R/R = \pm\, 0{,}2$ %. Diskutieren Sie das Messergebnis sowie mögliche systematische Fehlerquellen!

5.2 NTC-Widerstand

Führen Sie die Messungen für den Halbleiter wie für den Kupferdraht beschrieben durch. Bei der Messung kann es zweckmäßig sein, den Grobabgleich der Messbrücke schon vor Erreichen der Messtemperatur vorzunehmen.

Tragen Sie die Messergebnisse für R auf Millimeterpapier halblogarithmisch über der reziproken (absoluten) Temperatur 1/T auf, also

$$\ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = f\left(\frac{1}{T}\right)$$

R_0 ist hierbei ein beliebiger Bezugswiderstand (z.B. 1 Ohm). Bestimmen Sie aus einer Ausgleichsgeraden durch die Messpunkte mit Gl. (11) die Anregungsenergie ΔW (in eV). Verfahren Sie zur Fehlerbestimmung wie bei dem Kupferdraht und diskutieren Sie das Ergebnis.

6. Fragen zur Selbstkontrolle

1) Wie ist die *elektrische Leitfähigkeit*, wie der *spezifische elektrische Widerstand* eines Leiters definiert?

2) Was versteht man unter *Driftgeschwindigkeit*, was unter *Beweglichkeit* von Leitungselektronen?

3) Was besagt das *Ohmsche Gesetz*?

4) Wie ändert sich der elektrische Widerstand eines Metalls mit der Temperatur und welcher *Streumechanismus* führt zur Temperaturabhängigkeit von R?

5) Wie ist der *Temperaturkoeffizient* α des elektrischen Widerstandes von metallischen Leitern definiert?

6) Welche Arten der elektr. Leitung unterscheidet man bei Halbleitern?

7) Welche Größe bedingt die starke Temperaturabhängigkeit der elektr. Leitfähigkeit reiner Halbleiter?

8) Wie ändert sich die elektr. Leitfähigkeit reiner Halbleiter bei hohen Temperaturen?

9) Was versteht man unter *NTC*- und *PTC-Widerstand*, und wie kann die unterschiedliche Temperaturabhängigkeit von σ bei Halbleitern erklärt werden?

10) Erklären Sie das Funktionsprinzip einer *Wheatstone-Brücke*!