UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Prof. Dr. M. Horn-von Hoegen
Fakultät für Physik
Universität Duisburg-Essen

Übungen zu "Grundlagen der Physik I" — Hausübung 7

WiSe 2018/19

Abgabe bis 26. November 2018, 12:00 Uhr
Abgabebox im Kern MF, 2. Etage

Aufgabe 1

⑤

a) Berechnen Sie die folgenden Gradienten ($\vec{a}$ = konst. Vektor, $\vec{r} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$):

1) $grad\ (\vec{a}\vec{r})$ 2) $grad\ (r^2)$ 3) $grad\ (r)$

4) $grad\ (1/r)$ 5) $grad\ |\vec{r} - \vec{a}|$ 6) $grad\ (1/|\vec{r} - \vec{a}|)$

b) Ein Vektorfeld $\vec{F}(x, y)$ bzw. $\vec{F}(x, y, z)$, das sich als Gradient einer skalaren Funktion $U(x, y)$, bzw. $U(x, y, z)$ darstellen lässt, bezeichnet man als Gradientenfeld. Ein gegebenes Vektorfeld ist nur dann ein Gradientenfeld, wenn die so genannte Integrabilitätsbedingung erfüllt ist, d. h.:

In 2D: $$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

In 3D: $$\frac{\partial F_z}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial z}, \qquad \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x}, \qquad \frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial y}$$

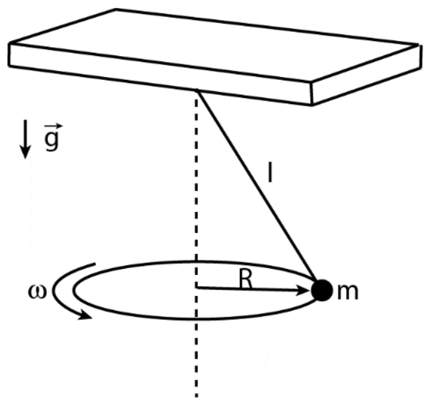
Untersuchen Sie, ob die beiden folgenden Felder durch Gradientenbildung aus einer skalaren Funktion U abgeleitet werden können und bestimmen Sie gegebenenfalls diese Funktion.

1) $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} 3x^3y^7 \\ 7x^4y^6 \end{pmatrix}$ 2) $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz \\ zx \\ xy \end{pmatrix}$

Aufgabe 2

⑤

Ein punktförmiges Teilchen der Masse m ist an einem masselosen Faden der Länge ***l*** im Schwerefeld der Erde aufgehängt. Das Teilchen umlaufe auf einer Kreisbahn mit dem Radius ***R*** die Vertikale durch den Aufhängepunkt mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$. Berechnen Sie bezüglich des Aufhängepunktes:



a) den Drehimpuls $\vec{L}(t)$ des Teilchens und

b) das Drehmoment $\vec{D}(t)$ der Schwerkraft auf das Teilchen.

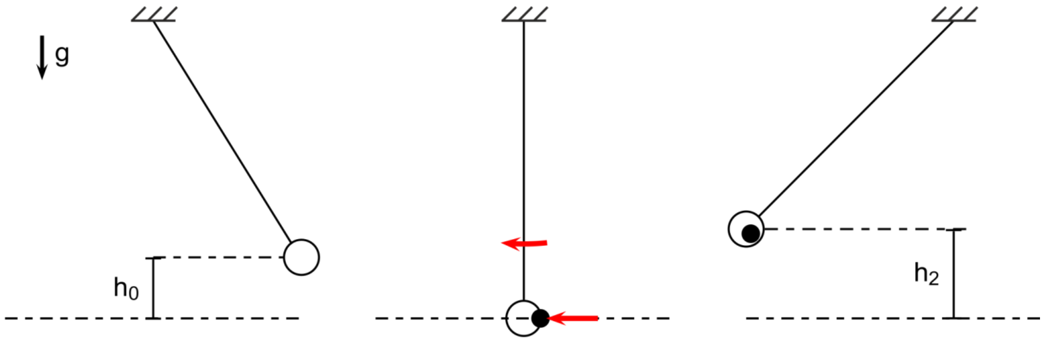
c) Zeigen Sie, dass die Gleichung $\dot{\vec{L}}(t) = \vec{D}(t)$ erfüllt ist.

Bitte wenden!

Aufgabe 3

⑤

Auf ein schwingendes ballistisches Pendel (Masse m_0) wird mit einem Projektil (Masse m_p, Geschwindigkeit v_p) geschossen. Das Pendel wird aus der Höhe h_0 losgelassen ($v_0 = 0$).



Das Projektil trifft das Pendel genau beim Durchlauf der Ruheposition. Die Geschwindigkeitsvektoren von Projektil und Pendelkörper zeigen zu diesem Zeitpunkt in die gleiche Richtung. Der Pendelkörper und das Projektil sind als Punktmasse zu betrachten.

a) Geben Sie die Endhöhe h_{max} des Pendelkörpers bei maximaler Auslenkung in Abhängigkeit der Startparameter an, also $h_{max}(h_0, m_p, v_p, m_0)$.

b) Geben Sie die Projektilgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Startparameter an, also $v_p(h_0, m_p, m_0)$, wenn die bei maximaler Auslenkung erreichte Höhe h_{max} der doppelten Starthöhe h_0 entspricht.

Zur Lösung dieser Aufgabe sind Erhaltungssätze in Betracht zu ziehen!