UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Prof. Dr. M. Horn-von Hoegen
Fakultät für Physik
Universität Duisburg-Essen

Übungen zu "Grundlagen der Physik Ia" — Blatt 10

WS 2014/15

Abgabe bis Mo, 12. Januar 2015, 12:00 Uhr
Abgabebox im Kern MF, 2. Etage

Aufgabe 1

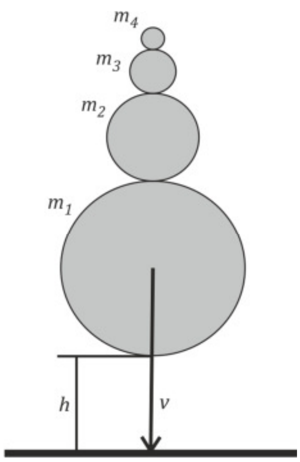
Eine Kugel der Masse M und der Geschwindigkeit $v > 0$ stößt zentral und elastisch auf

a) eine zweite ruhende Kugel gleicher Masse.
b) eine zweite ruhende Kugel mit der vierfachen Masse.
c) eine zweite ruhende Kugel mit einem Viertel der Masse.
d) eine Wand (ruhende Kugel mit unendlicher Masse).
e) eine zweite Kugel gleicher Masse und entgegengesetzter Geschwindigkeit.
f) Eine Kugel mit der Masse M und der Geschwindigkeit $v > 0$ stößt zentral auf eine zweite ruhende Kugel gleicher Masse aus Knetgummi. Ist dieser Stoß elastisch?

Berechnen Sie in allen Fällen den Impulsübertrag Δp und den Energieübertrag ΔE der ersten auf die zweite Kugel.

Aufgabe 2

Betrachten Sie die in der Vorlesung gezeigte Ballpyramide: mehrere Kugeln werden kolinear aufeinander gestapelt und aus einer Höhe $h = 1.25\ \mathrm{m}$ fallen gelassen.



a) Wie hoch fliegt die oberste Kugel, wenn die Pyramide aus 3 bzw. 4 Kugeln besteht?
b) Wie viele Kugeln benötigt man, damit die oberste Kugel die Fluchtgeschwindigkeit v_f der Erde erreicht? Die Fluchtgeschwindigkeit v_f ist die Geschwindigkeit, die benötigt wird, um aus dem Gravitationsfeld der Erde zu gelangen. (Erdradius $R_\mathrm{E} = 6{,}371 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$, Erdmasse $m_\mathrm{E} = 5{,}977 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$)

Hinweis: Nehmen Sie an, dass beim Auftreffen auf dem Boden alle Kugeln die gleiche Geschwindigkeit durch die Umwandlung von potentieller Energie besitzen, d.h. die Höhe der Pyramide soll keine Rolle spielen. Nehmen Sie weiter bei der Berechnung an, dass $m_i \gg m_{i+1}$ gilt.

Die Summe der geometrischen Reihe ist gegeben durch:

$$S_{n+1} = \sum_{i=0}^{n} a \cdot r^i = a \cdot \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}$$

Aufgabe 3

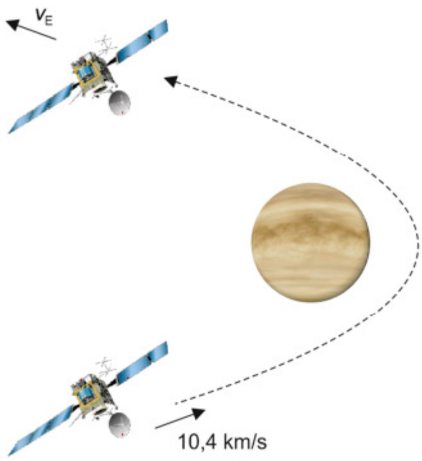
Die Differentialgleichung für einen harmonischen Oszillator kann mit dem Ansatz $x(t) = x_0 \cdot e^{i\omega t}$ gelöst werden. Zeigen Sie,

a) dass $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$ gilt. *(Eulersche Formel)*
b) dass $|x(t)| = x_0$ ist.
c) Zeichnen Sie die Funktion in einer komplexen Ebene. Was stellt x_0 dar?
d) Beweisen Sie mit Hilfe der Eulerschen Formel die Additionstheoreme:
    a. $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$
    b. $\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$

Bitte wenden!

Aufgabe 4

Bei der Swing-by-Technik wird die Energieübertragung bei einem elastischen Stoß ausgenutzt, um die Energie einer Raumsonde so stark zu erhöhen, dass sie das Sonnensystem verlassen kann. Alle Geschwindigkeiten werden hier in einem Inertialsystem angegeben, bei dem der Sonnenmittelpunkt in Ruhe ist. Die Abbildung zeigt eine Raumsonde, die sich mit $10{,}4\ \mathrm{km/s}$ dem Planeten Venus nähert, der ihr entgegenkommt. Wegen der Anziehungskraft zwischen Saturn und Sonde schwingt die Sonde um den Planeten herum und rast mit einer Geschwindigkeit v_{E} in etwa entgegengesetzter Richtung weiter.



a) Fassen Sie diesen Vorgang als elastischen Stoß in einer Dimension auf. Berechnen Sie v_{E}.

b) Um welchen Faktor nimmt die kinetische Energie der Raumsonde zu? Woher kommt die zusätzliche Energie?

c) Bewegt sich die Venus danach schneller oder langsamer? Begründen Sie ihre Antwort.