UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Prof. Dr. M. Horn-von Hoegen
Fakultät für Physik
Universität Duisburg-Essen

Übungen zu "Grundlagen der Physik Ia" — Blatt 6

WS 2013/14

Abgabe bis 25. November 2013, 12:30 Uhr
Abgabebox im Kern MF, 2. Etage

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie die folgenden Gradienten ($\vec{a}$ = konstanter Vektor, $\vec{r} = x\widehat{e_x} + y\widehat{e_y} + z\widehat{e_z}$):

1) $grad(\vec{a}\,\vec{r})$ 2) $grad(r^2)$ 3) $grad(r)$ 4) $grad(1/r)$ 5) $grad|\vec{r}-\vec{a}|$ 6) $grad\ (1/|\vec{r}-\vec{a}|)$

b) Ein Vektorfeld $\vec{F}(x,y)$ bzw. $\vec{F}(x,y,z)$, das sich als Gradient einer skalaren Funktion $U(x,y)$, bzw. $U(x,y,z)$ darstellen lässt, bezeichnet man als Gradientenfeld. Ein gegebenes Vektorfeld ist nur dann ein Gradientenfeld, wenn die so genannte Integrabilitätsbedingung erfüllt ist, d.h.:

In 2D: $$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

In 3D: $$\frac{\partial F_z}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial z}, \qquad \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x}, \qquad \frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial y}$$

Untersuchen Sie, ob die beiden folgenden Felder durch Gradientenbildung aus einer skalaren Funktion U abgeleitet werden können und bestimmen Sie gegebenenfalls diese Funktion.

$$1)\ \vec{F}(x,y) = \begin{pmatrix} 3x^3y^7 \\ 7x^4y^6 \end{pmatrix} \qquad 2)\ \vec{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} yz \\ zx \\ xy \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Ein Fahrradfahrer ist auf dem Weg zur Arbeit. Er und sein Fahrrad wiegen zusammen $80\ kg$.

a) Er fährt eine Straße mit 10% Steigung gleichmäßig mit einer Geschwindigkeit von $5\ km/h$ hoch. Welche Leistung erbringt er? Vernachlässigen Sie Reibungseffekte.

b) Der gleiche Radfahrer (d.h. mit der gleichen Leistung wie in a)) erreicht auf ebener Strecke eine Geschwindigkeit von $30\ km/h$. Berechnen Sie den Koeffizienten γ in der auf ihn wirkenden Reibungskraft $F_R = \gamma v^2$. Vergewissern Sie sich, dass die Vernachlässigung der Reibung in a) gerechtfertigt war.

c) Der Fahrradfahrer rollt nun die Strecke mit 10%-iger Steigung, ohne zu treten, hinunter. Welche Endgeschwindigkeit würde er erreichen, wenn er nicht bremste?

Bitte wenden!

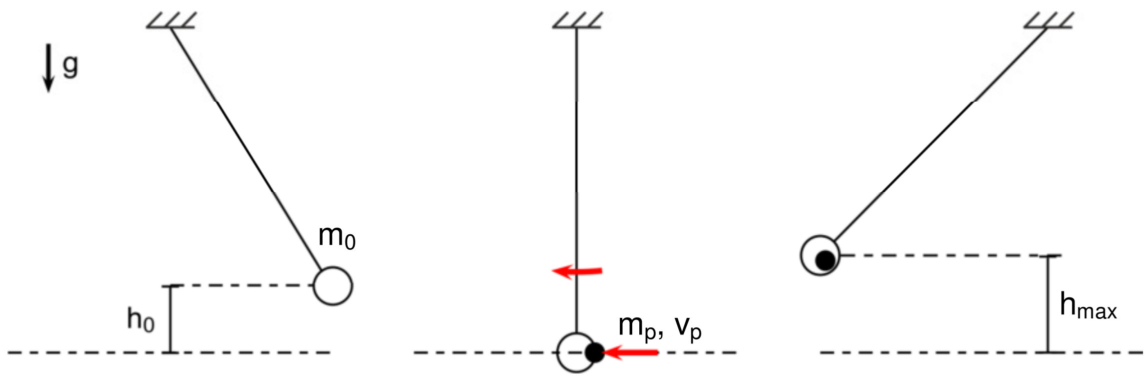
Aufgabe 3

Auf ein schwingendes ballistisches Pendel (Masse m_0) wird mit einem Projektil (Masse m_p, Geschwindigkeit v_p) geschossen. Das Pendel wird aus der Höhe h_0 losgelassen ($v_0 = 0$). Das Projektil trifft das Pendel genau beim Durchlauf der Ruheposition. Die Geschwindigkeiten von Projektil und Pendelkörper zeigen zu diesem Zeitpunkt in die gleiche Richtung. Der Pendelkörper und das Projektil sind als Punktmasse zu betrachten.

a) Geben Sie die Endhöhe h_{max} des Pendelkörpers bei maximaler Auslenkung in Abhängigkeit der Startparameter an, also $h_{max}(h_0, m_p, v_p, m_0)$.

b) Geben Sie die Projektilgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Startparameter an, also $v_p(h_0, m_p, m_0)$, wenn die bei maximaler Auslenkung erreichte Höhe h_{max} der doppelten Starthöhe h_0 entspricht.

Zur Lösung dieser Aufgabe sind Erhaltungssätze in Betracht zu ziehen!



Aufgabe 4

Auf einer Achterbahn startet ein Wagen aus dem Stand in der Höhe $h = 9{,}8\,m$ und rollt reibungsfrei durch einen Looping mit dem Radius $r = 3{,}3\,m$.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit v im höchsten Punkt des Loopings? Wie ändert sich v falls der Wagen in der Höhe h eine Anfangsgeschwindigkeit von $v_0 = 6\,m/s$ besitzt?

b) Wie groß muss h mindestens sein, damit der aus dem Stand startende Wagen im Looping nicht abstürzt?