UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Prof. Dr. M. Horn-von Hoegen
Fachbereich Physik
Universität Duisburg-Essen

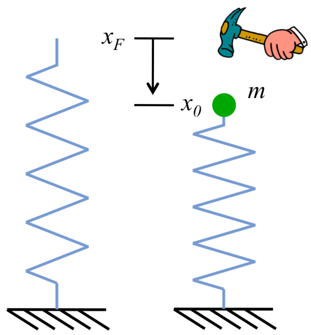
Übungen zu "Grundlagen der Physik I" — Blatt 11

WS 2010/11

Abgabe bis 17. Dezember 2011, 12:00 Uhr
Abgabebox im Kern MF, 2. Etage

Aufgabe 41

Ein Körper mit der Masse $m = 2\ kg$ ist oben an einer vertikalen Feder (Federkonstante k) befestigt, die am Boden verankert ist (siehe Skizze).
Die Länge der nicht komprimierten Feder beträgt $x_F = 8\ cm$, und im Gleichgewicht beträgt sie $x_0 = 5\ cm$.
Im Gleichgewicht erhält der Körper mit einem Hammer einen nach unten gerichteten Impuls, so dass seine Anfangsgeschwindigkeit $0{,}3\ m/s$ beträgt.



a) Geben Sie die Kreisfrequenz des Oszillator ω in Abhängigkeit von der Gleichgewichtsposition x_0 an.
Hinweis: Ausdruck ist unabhängig von m , k.

b) Welche maximale Höhe über dem Boden erreicht der Körper danach?

c) Wie lange braucht er, um zum ersten Mal die max. Höhe zu erreichen?

d) Welche minimale Anfangsgeschwindigkeit muss der Körper erhalten, damit die Feder zu irgendeiner Zeit unkomprimiert ist (x_F). Wird die Feder während der Schwingung jemals wieder unkomprimiert?

Aufgabe 42

a) Zeigen Sie, dass man den zeitabhängigen Ausdruck $A_0 \sin(\omega t + \varphi)$ in der Form $A_s \sin(\omega t) + A_c \cos(\omega t)$ ausdrücken kann, und bestimmen Sie A_s sowie A_c in Abhängigkeit von A_0 und φ.

b) Geben Sie den Zusammenhang von A_s und A_c mit dem Anfangsort und der Anfangsgeschwindigkeit eines harmonisch schwingenden Teilchens an.

Aufgabe 43

Gedämpfte harmonische Schwingung:
Zeigen Sie, dass für den Fall der schwachen Dämpfung ($\gamma < \omega_0$) bei einem gedämpften, harmonischen Oszillator für die Dämpfung γ gilt:

$$\gamma = \frac{1}{T} \ln\left[\frac{x(t)}{x(t+T)}\right]$$

wobei T die Schwingungsperiode des gedämpften Oszillators und $x(t)$ die Amplitude der Schwingung ist. Um wie viel Prozent weicht die Kreisfrequenz des gedämpften Oszillators von ω_0 ab, wenn sich die Amplitude pro Periode um den Faktor 2,45 verringert?

Aufgabe 43

Erzwungene, gedämpfte harmonische Schwingung:
Betrachten Sie einen gedämpften harmonischen Oszillator, der von einer äußeren Kraft $F(t) = m \cdot f \cdot \cos(\omega \cdot t)$ angetrieben wird. Die Bewegungsgleichung der erzwungenen, gedämpften Schwingung lautet

$$\ddot{x} + 2\gamma\,\dot{x} + w_0^2\,x = f\cos(\omega\,t)\,.$$

Die Lösung dieser Bewegungsgleichung ist

$$x(t) = \frac{f}{r}\cos(\omega\,t - \theta) \quad mit \quad r^2 = (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2$$

$$und \quad \tan\theta = \frac{2\gamma\,\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

a) Zeigen Sie, dass diese Ausdrücke sich im Grenzfall einer kleinen Dämpfung, d.h. $\gamma << \omega_0 \quad und \quad \omega \cong \omega_0$, durch:

$$r^2 \sim 4\omega_0^2\left[(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2\right]$$

$$\tan\theta \sim \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)}$$

annähern lassen. In diesem Grenzfall gibt es eine Resonanz, wenn r^2 minimal ist.
Bestimmen Sie die Antriebsfrequenz ω, bei der die Resonanz auftritt, sowie die Breite der Resonanz (definiert als die Differenz der zwei Werte von ω, bei denen r^2 doppelt so groß ist wie der minimale Wert).

b) Skizzieren Sie r_{min}^2/r^2 und die Phasenverschiebung θ als Funktion der Antriebsfrequenz ω.