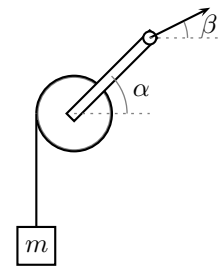


Übungen zu "Grundlagen der Physik 1a"  
WS 2009/10

Blatt 7  
Abgabe bis 7. Dezember 2009, 12:00 Uhr  
Abgabebox im Kern MF, 2. Etage

**Aufgabe 25 - Drehmoment**

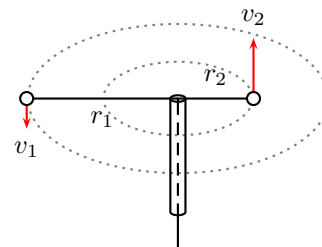
Eine Brunnenwinde besteht aus einer Rolle mit dem Radius  $r$  und einem Hebel der Länge  $l$ . Die Kraft mit der Sie ziehen setzt am Ende des Hebels an. Der Hebel und die angreifende Kraft schließen mit der Horizontalen einen Winkel von  $\alpha$  bzw.  $\beta$  ein (siehe Skizze).



- Berechnen Sie das Drehmoment  $\vec{D}$  welches von der Kraft  $\vec{F}$  auf die Rolle ausgeübt wird!
- Geben Sie die maximal haltbare Masse  $M$  in Abhängigkeit der Parameter an! Hier seien  $\alpha \wedge \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ !

**Aufgabe 26 - Schleuder**

Ein Faden sei an einer Kugel der Masse  $m$  befestigt und durch ein Rohr geführt. In eine Drehbewegung versetzt und mit festgehaltenem Faden, beschreibt die Kugel eine Kreisbahn (Radius  $r_1$ , Geschwindigkeit  $v_1$ ) um die Öffnung des Rohrs. Der Faden wird nun derart durch das Rohr gezogen (langsam) das sich der Radius der Kreisbewegung um die Hälfte reduziert.



- Finden Sie einen Zusammenhang zwischen der neuen Geschwindigkeit  $v_2$  und ursprünglichen Größen  $(r_1, v_1)$ !
- Wieviel Arbeit wurde investiert um den Radius der Kreisbahn zu verkürzen?

Anmerkung: Die Masse des Fadens, der Durchmesser des Rohres, die Erdbeschleunigung und Reibungseffekte sind zu vernachlässigen.

### Aufgabe 27 - Meteoriten: Geschosse aus dem All

Ein Meteor der Masse  $m$  nähert sich aus dem Unendlichen kommend mit der Geschwindigkeit  $v_\infty$  der Sonne (Masse  $M$ , Radius  $R$ ) und würde bei fehlender Sonnenanziehungskraft im Abstand  $d \gg R$  an der Sonne vorbei fliegen. Aufgrund der Gravitationskraft ist seine Bahn jedoch zur Sonne hin gekrümmt.

- Berechnen Sie den minimalen Abstand  $r_{min}$  und die Geschwindigkeit  $v_{max}$  in diesem Punkt.
- Zeichnen Sie das Diagramm für das effektive Potential und markieren Sie den Aufenthaltsbereich des Kometen. Um welchen Bahntypen handelt es sich?
- Welche anderen Bahntypen gibt es noch? Zeichnen Sie diese in das Diagramm aus Teilaufgabe (b)!

### Aufgabe 28 - Gradienten & Kreuzprodukt

- Berechnen Sie das Gradientenfeld der Funktion  $\vec{F}(\vec{x}) = \exp(-x^4 + x^2)$ , wobei  $\vec{x}$  ein zweidimensionaler Vektor ist. Es sei  $x = |\vec{x}|$ .
- Das Kreuzprodukt sei für  $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^3$  definiert durch:

$$\vec{x} \times \vec{y} = \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

Zeigen Sie, dass für  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \in \mathbb{R}^3$  gilt:

- $(\vec{x} \times \vec{y}) \cdot \vec{z} = (\vec{z} \times \vec{x}) \cdot \vec{y} = (\vec{y} \times \vec{z}) \cdot \vec{x}$
- $(\vec{x} \times \vec{y}) \times \vec{z} = (\vec{x} \cdot \vec{z})\vec{y} - (\vec{y} \cdot \vec{z})\vec{x}$
- $0 = (\vec{x} \times \vec{y}) \times \vec{z} + (\vec{z} \times \vec{x}) \times \vec{y} + (\vec{y} \times \vec{z}) \times \vec{x}$