UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Prof. Dr. M. Horn-von Hoegen
Fachbereich Physik
Universität Duisburg-Essen

Übungen zu "Grundlagen der Physik Ia" **Blatt 10**

WS 2006/2007

Abgabe bis Montag, den 22.01.2007, **14:00Uhr**
Abgabebox im Kern MF, 2. Etage

Aufgabe 1:

a) Lösen Sie die Differentialgleichung des freien, gedämpften harmonischen Oszillators

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

für den aperiodischen Grenzfall ($\omega_0 = \gamma$) unter Berücksichtigung der allgemeinen Anfangsbedingungen:

$$x(t=0) = x_0 \qquad \dot{x}(t=0) = v_0$$

Hinweis: Benutzen Sie den Lösungsansatz $x(t) = C(t) \cdot e^{-\gamma t}$. Dabei ist $C(t)$ eine noch zu bestimmende Funktion der Zeit.

b) Betrachten Sie speziell den Fall, dass $v_0 = -2\gamma x_0$ ist und skizzieren Sie den Graphen von $x(t)$. Berechnen Sie dazu, falls vorhanden, die Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte dieser Funktion.

Aufgabe 2:

Ein gedämpfter harmonischer Oszillator (Teilchenmasse m, Federkonstante $m\omega_0^2$, Abklingrate γ) werde durch die äußere Kraft $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ zu erzwungenen Schwingungen angeregt.

a) Berechnen Sie für den eingeschwungenen Zustand die mittlere kinetische Energie $\overline{E}_k(\omega)$ des Teilchens (gemittelt über eine Schwingungsperiode).

b) Für welche $\omega = \overline{\omega}$ ist $\overline{E}_k(\omega)$ maximal und wie groß ist $\overline{E}_{k,\max}$?

c) Für welche $\omega = \omega_\pm$ ist $\overline{E}_k(\omega) = \frac{1}{2}\overline{E}_{k,\max}$ und wie groß ist $\frac{\omega_+ - \omega_-}{\omega_0}$(= relative Halbwertsbreite der E_k-Resonanzkurve)?

d) Nehmen Sie an, dass $\gamma = 0{,}05\omega_0$ ist (entsprechend einer etwa zehnfachen Amplituden-Resonanzüberhöhung) und berechnen Sie numerisch zum Vergleich die Größen

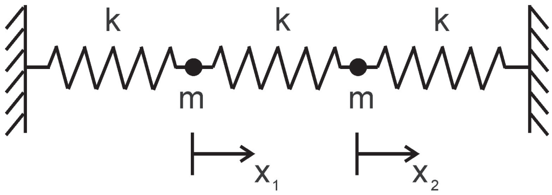
$$\frac{\omega_+ - \omega_-}{\omega_0}, \qquad \frac{\omega_0 - \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}{\omega_0}, \qquad \frac{\omega_0 - \omega_{\max}}{\omega_0}.$$

Dabei entspricht $\omega_{\max}$ dem Maximum der Amplituden-Resonanzkurve.

Bitte Wenden!

Aufgabe 3:

Es seien zwei gleiche Teilchen (Masse m), wie skizziert durch drei gleiche Federn, für die das Hookesche Gesetz gilt (Federkonstante k), miteinander und mit festen Wänden verbunden. Man bezeichne die Auslenkung der beiden Teilchen aus der Gleichgewichtslage mit x_1 und x_2. Im Gleichgewicht können die Federn als entspannt angenommen werden. Die Bewegung der Teilchen ist ungedämpft.



a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für beide Teilchen auf. (Setzen sie zur Abkürzung $k/m = \omega_0^2$.)

b) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen mit dem Ansatz

$$x_1 = A_1 \sin(\omega t), \qquad\qquad x_2 = A_2 \cos(\omega t).$$

Dabei sind A_1, A_2, ω Konstanten, $\omega > 0$. Wie groß ist ω? (Es gibt zwei Lösungen!)
Hinweis: Ein homogenes, lineares Gleichungssystem hat nur dann von Null verschiedene Lösungen, wenn die Koeffizientendeterminante $= 0$ ist.

c) Wie groß ist für jedes ω das dazugehörige Amplitudenverhältnis A_1/A_2? Beschreiben Sie kurz, wie die Schwingbewegung der beiden Teilchen aussieht.